

تحلیل عددی بالستیک داخلی تفنگ با در نظر گرفتن نرخ سوزش غیر خطی

محسن روحبخش^۱، احمدرضا خوگر^{۲*}، سیده‌های معتمدالشریعتی^۳

تهران - دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ وصول: ۹۱/۰۶/۰۶، تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۸/۲۴)

چکیده

در کار حاضر بر اساس الگوریتم حل عددی بایر و فرانکل یک کد کامپیوتری جهت پیش‌بینی پارامترهای بالستیک داخلی (فشار و دمای گازهای پیش‌ران، موقعیت و سرعت گلوله در زمان‌های مختلف) تهیه شده است. تغییرات نرخ سوزش به کار رفته با فشار به صورت غیرخطی است. عبارت حجم در معادله حالت با در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای آغازگر، هم‌پوشانی اولیه گلوله با محفظه احتراق و عقب‌نشینی سلاح و پیرایش شده است. در معادله انرژی اتلاف حرارتی، اتلاف ناشی از غلبه بر نیروی خان‌کشی و اتلاف مربوط به عقب‌نشینی سلاح و چرخش گلوله منظور شده است. نتایج کد تهیه شده بر مبنای روش حاضر با نتایج آزمایشگاهی و همچنین نتایج منتشر شده از دیگر کدهای معتبر در تحلیل بالستیک داخلی، تطابق خوبی را نشان می‌دهد. پس از اعتبارسنجی، مطالعه پارامتریک برای حجم مشترک گازها و نیروی مقاومت خان‌کشی به منظور میزان اثرگذاری بر دقت در محاسبه فشار گازهای احتراق و سرعت گلوله انجام شد. اثر فشار شروع حرکت گلوله بر بیشینه فشار گازهای احتراق نیز بررسی شده است. این تحقیق نشان داد با افزایش فشار شروع حرکت گلوله، بیشینه فشار در محفظه احتراق به صورت سهمی افزایش خواهد داشت. در ادامه مطالعه پارامتریک اثر خصوصیات آغازگر بر تغییرات دما و فشار گازهای احتراق با زمان بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: بالستیک داخلی تفنگ، نرخ سوزش غیر خطی، توسعه تحلیل صفر بعدی، حجم مشترک گاز، اتلاف حرارتی.

۱- مقدمه

محققین علم بالستیک داخلی تلاش می‌کنند پارامترهای طراحی سلاح و مهمات را به گونه‌ای بیابند که سرعت دهانه مورد نیاز تأمین شود، دهانه لوله سالم و بدون عیب بماند و در اثر فشار زیاد، سلاح آسیب نبیند. برای این منظور آنها باید قادر به پیش‌بینی فشار پشت گلوله در

تحلیل بالستیک داخلی سلاح با توجه به سریع بودن فرآیند و مشکلات اندازه‌گیری در قسمت داخلی لوله از اهمیت بالایی برخوردار است.

* E-mail: khoogar@yahoo.com

۱- کارشناسی ارشد

۲- استادیار

۳- مربی

اثر فشار بین گرین‌ای پیش‌بینی کند [۲]. نتایج این کد در تحلیل تفنگ ۱۳۲م.م. AGARD^۱ و تفنگ ۴۰ م.م. در اعتبارسنجی روش حاضر حاضر استفاده شده است. رحیمیان و طالعی در سال ۲۰۰۳ با حل معادلات حاکم در بالستیک داخلی به روش حجم محدود موفق به استخراج منحنی‌های عملکردی شدند، آنها نتایج خود را با تست‌های انجام شده خود مقایسه نمودند که بسیار راضی کننده بود [۴]. معینی در سال ۲۰۰۴ جریان دو فازی محترق در تفنگ را بر پایه الگوریتم ضمنی مک کورمک^۲ تحلیل کرد [۵].

سوختن در سطح پیش‌رانه جامد، روی می‌دهد و الزاماً عمود بر سطح پیشروی می‌کند. میزان پیشروی نسبت به زمان را نرخ سوزش می‌نامند. از آنجا که روش‌های تحلیلی مانند روش رسال و روش کرنر تنها قادر به تحلیل پیش‌رانه‌های هستند که نرخ سوزش آن با فشار گاز رابطه خطی داشته باشد، عملاً پیش‌بینی عملکرد گستره وسیعی از پیش‌رانه‌ها را ندارند، لذا روشی که قادر به تحلیل نرخ سوزش غیرخطی باشد بسیار کارآمد خواهد بود. در سال ۱۹۶۲ بایر و فرانکل^۳ معادله انرژی را با در نظر گرفتن اتلاف‌ها برای تحلیل پیش‌رانه‌های استوانه‌ای چند سوراخه استفاده کردند. در الگوریتم حل صریح^{۱۱} عددی آنها با افزایش گام‌های زمانی، متغیرهای بالستیکی در هر مرحله محاسبه می‌شوند، به این ترتیب نیاز به حل هم‌زمان معادلات دیفرانسیل غیرخطی نیست، در صورتی که کار مفید را کار انجام شده برای حرکت انتقالی گلوله بدانیم سهم عمده اتلاف‌ها شامل موارد زیر می‌شود [۶]:

- انرژی از دست رفته در فرآیند خان‌کشی و غلبه بر اصطکاک داخل لوله و نیز نیروی مقاومت هوای فشرده در جلوی دماغه گلوله
- انرژی جنبشی گازهای پیش‌رانه و پیش‌رانه‌های نسوخته
- اتلاف حرارتی از سیستم بالستیک داخلی به محیط
- انرژی جنبشی بخش‌های عقب‌نشینی‌کننده سلاح
- انرژی کرنشی لوله سلاح
- انرژی چرخشی گلوله

در کار حاضر براساس الگوریتم حل عددی بایر و فرانکل، با در نظر گرفتن تمامی موارد بالا به‌جز انرژی کرنشی لوله سلاح که مقداری کمتر از یک درصد کل انرژی آزاد شده حاصل از سوختن پیش‌رانه را به خود اختصاص می‌دهد [۶]، تحلیل دقیقی از فرآیند بالستیک داخلی ارائه می‌شود. در روش حاضر با فرض یکنواخت بودن چگالی گازهای پیش‌رانه در فضای پشت گلوله، از ترکیب دو معادله بقای جرم و اندازه حرکت توزیع سرعت و فشار محلی گازهای پیش‌رانه حاصل می‌شود. از

طی حرکت گلوله درون لوله تا رسیدن به دهانه لوله باشند. همچنین می‌بایست منحنی تغییرات سرعت و شتاب را طی حرکت گلوله داخل لوله پیش‌بینی کنند [۱]. مدل‌سازی ریاضی فرآیند بالستیک داخلی و به‌دست آوردن روابط تحلیلی می‌تواند تصویر روشنی از برهم‌کنش پارامترهای مؤثر در این ارتباط را فراهم آورد. معادلات عمومی در بالستیک داخلی عبارتند از: معادله حالت گازهای پیش‌رانه، معادلات سه‌گانه بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی، معادله تابع شکلی گرین پیش‌رانه در حال سوزش و معادله نرخ سوزش. معادله انرژی در تفنگ، توسط رسال^۱ در سال ۱۸۶۴ ارائه شد، در نتیجه این کار پایه‌های علم بالستیک داخلی بر اصول ترمودینامیک بنا نهاده شد. تحلیل‌های بالستیک داخلی کرنر^۲ و هانت^۳ در سال‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۵۱ قبل از ظهور رایانه‌های امروزی، لزوماً با تقریب‌ها و فرضیات ساده‌کننده همراه بوده است. از جمله این فرضیات می‌توان نرخ سوزش خطی، افزایش جرم گلوله به‌منظور لحاظ نمودن اثرات مقاومتی در برابر حرکت گلوله، صرف‌نظر از حجم مشترک گازهای پیش‌رانه و صرف‌نظر از آغازگر^۴ را نام برد. در روابط تحلیلی ارائه شده توسط کرنر فرآیند بالستیک داخلی قبل از سوختن کامل پیش‌رانه به‌صورت هم‌دما فرض شده و بعد از اتمام سوخت، فرآیند به‌صورت آدیاباتیک برگشت‌پذیر در نظر گرفته شده است [۱]. مدل‌سازی جریان مواد پیش‌رانه در لوله سلاح به‌صورت تک فازی گاز یا دو فازی جامد و گاز انجام شده است. تحلیل‌های صفر بعدی توزیع چگالی گازها و مواد پیش‌رانه را در فضای پشت گلوله یکنواخت فرض می‌کند. در تحلیل‌های یک بعدی توزیع چگالی گازها در طول لوله سلاح غیریکنواخت است و در تحلیل‌های دوبعدی توزیع چگالی گازها و مواد پیش‌رانه در طول لوله و نیز در راستای شعاعی غیریکنواخت در نظر گرفته می‌شود. مدل‌سازی یک بعدی دو فازی اولین بار در سال ۱۹۷۹ توسط گاک ارائه شد [۲]. تئوری مدل جریان دو فازی شامل معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی در دو فاز و همچنین قوانین پیوستگی مورد نیاز می‌باشد [۳]. در سال ۱۹۸۱ مدلی موسوم به موبیدیک^۵ در فرانسه ارائه شده است که علاوه بر در نظر گرفتن مدل یک بعدی جریان دو فازی گاک، پخش شعله و شکل‌گیری امواج فشاری را شبیه‌سازی نموده است. در سال ۱۹۹۸ نسخه ارتقا یافته از همین کد موسوم به موبیدیک.ان.جی ارائه شد که در کمپانی‌های تسلیحاتی و مراکز پژوهشی استفاده می‌شود. در مدل ارتقا یافته به‌جای فرمولاسیون غیرقابل تراکم گاک از فرمولاسیون قابل تراکم چند فازی بایر-نانزیاتو^۷ استفاده شده است. فرآیند آغازگری به‌کار کار رفته در مدل مذکور با رسیدن دمای سطح گرین پیش‌رانه به حد اشتعال توصیف شده است و قادر است شکست گرین‌های پیش‌رانه را بر

8 - Advisory Group for Aerospace Research and Development
9- MacCormack
10- Baer&Frankle
11- Explicit

1- Resal
2- Corner
3 - Hunt
4- Igniter
5 - Mobicid
6- Gough
7 - Nunziato

$$T = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i z_i}{\gamma_i - 1} \right] + \frac{F_l C_l}{\gamma_l - 1} - A \int_0^x P_B dx - Losses}{\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i z_i}{(\gamma_i - 1) T_{o_i}} \right] + \frac{F_l C_l}{(\gamma_l - 1) T_{o_l}}} \quad (6)$$

که در آن، F ایمپتوس^۱ یا ثابت نیرو نامیده می‌شود و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_i = R_i T_{o_i} \quad (7)$$

در رابطه بالا، R_i ثابت گازهای حاصل از سوختن پیشرانها است و T_{o_i} دمای شعله آدیاباتیک مربوط به پیشرانها است. طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان مقدار کار انجام شده روی گلوله را به دست آورد. تلفات مربوطه در این قسمت در عبارت $Losses$ معادله انرژی منظور می‌شود. لذا می‌توان نوشت [۶]:

$$A \int_0^x P_B dx = \frac{1}{2} w_p v^2 \quad (8)$$

بر اساس گرادیان فشار لاگرانژ انرژی جنبشی گازهای پیشرانها و پیشرانها عبارت است از:

$$E_{prop} = \frac{1}{6} \left(\sum_{i=1}^n C_i \right) v^2 \quad (9)$$

بر اساس گرادیان پیدوک-کنت انرژی جنبشی گازهای پیشرانها و پیشرانهای نسوخته خواهد شد:

$$E_{prop} = \frac{1}{2\delta} \left(\sum_{i=1}^n C_i \right) v^2 \quad (10)$$

که در آن، δ ثابت پیدوک-کنت نامیده می‌شود و با توجه به نسبت گرمای ویژه پیشرانها و نسبت جرمی گلوله به پیشرانها تعیین می‌شود [۸]. نیروی خان‌کشی یا مقاومت لوله و نیروی مقاومت هوای فشرده در جلوی دماغه گلوله را می‌توان با معادل‌سازی حاصل ضرب فشار در سطح مقطع گلوله تعریف کرد. انرژی از دست رفته ناشی از نیروهای مقاوم در برابر حرکت با انتگرال زیر محاسبه می‌شود:

$$E_r = A \int_0^x (P_r + P_g) dx \quad (11)$$

که در آن، P_r مربوط به نیروی خان‌کشی یا مقاومت لوله است و P_g مربوط به مقاومت هوای فشرده است. نیروی خان‌کشی یا مقاومت لوله از نقطه نظر تطابق فشار گازها و سرعت دهانه تحلیل‌های تئوری با نتایج آزمایشگاهی حائز اهمیت است. نیروی مقاومت لوله در ابتدای حرکت گلوله در اثر فرآیند خان‌کشی روی کمر بند گلوله مقدار بالایی دارد و پس از آن در ادامه طی مسیر، کاهش پیدا می‌کند [۹]. نیروی مقاومت برحسب مکان گلوله در لوله به صورت جدول داده، ارائه می‌شود

روش‌های مؤثر در پیشرانها به کارگیری خرج ترکیبی است. خرج ترکیبی عبارت است از مخلوطی از پیشرانها با گرین‌های هندسی مختلف و ضرایب نرخ سوزش متفاوت یا یکسان که باعث می‌شود مقادیر بالای منحنی فشار در بازه زمانی بیشتری حفظ شود. به این ترتیب بدون بالا رفتن حداکثر فشار، سرعت دهانه بیشتری حاصل خواهد شد [۷]. نرم‌افزار تدوین شده در این تحقیق قادر است خرج ترکیبی را تحلیل کند.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- محاسبه دمای میانگین

معادله انرژی برای سیستم بالستیک داخلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Q = U + W + Losses \quad (1)$$

که در آن، Q مجموع انرژی‌های آزاد شده حاصل از سوختن پیشرانها است، U انرژی داخلی گازهای پیشرانها، W کار انجام شده روی گلوله و $Losses$ بیانگر اتلافها است. انرژی آزاد شده از سوختن تک‌تک پیشرانها عبارت است از:

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[C_i z_i \int_0^{T_{o_i}} c_{v_i} dT \right] \quad (2)$$

به دلیل انبساط و کار خارجی انجام شده در سلاح، دمای گاز از دمای شعله آدیاباتیک کمتر خواهد شد. در نتیجه انرژی داخلی گاز عبارت است از:

$$U = \sum_{i=1}^n \left[C_i z_i \int_0^{T_i} c_{v_i} dT \right] \quad (3)$$

کار انجام شده روی گلوله از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W = A \int_0^x P_B dx \quad (4)$$

با جایگذاری مقادیر Q ، U و W در معادله انرژی، می‌توان دما را به صورت زیر به دست آورد:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n C_i z_i \bar{c}_{v_i} T_{o_i} + C_l \bar{c}_{v_l} T_{o_l} - A \int_0^x P_B dx - Losses}{\sum_{i=1}^n C_i z_i \bar{c}_{v_i} + C_l \bar{c}_{v_l}} \quad (5)$$

در رابطه (۵) فرض شده در زمان صفر $t = 0$ آغازگر به طور کامل نسوخته شده باشد [۶].

با استفاده از روابط شناخته شده بین ثوابت ترمودینامیکی می‌توان نوشت:

1- Impetus

است. باید توجه داشت با پیشروی گلوله در لوله سطح بیشتری از لوله در معرض انتقال حرارت قرار می‌گیرد. A_w از رابطه زیر به دست می‌آید [۸]:

$$A_w = \left[\frac{V_o}{A} \right] \pi D + 2A + \pi D [x_B + x_{rec}] \quad (17)$$

برای برآورد T_w دمای پوسته داخلی با توجه به توضیحات داده شده می‌توان نوشت:

$$E_h = c_{pw} m_w [T_w - T_0] \quad (18)$$

در رابطه فوق، T_0 دمای اولیه پوسته داخلی است که برابر دمای محیط فرض می‌شود. اگر ضخامت پوسته داخلی برابر ε باشد آنگاه:

$$T_w = \frac{E_h}{c_{pw} \rho_w A_w \varepsilon} + T_0 \quad (19)$$

در نهایت با جایگذاری مقادیر اتلاف‌ها در معادله (۶) و استفاده از گرادیان پیدوک-کنت، دمای میانگین گازهای پیشران از رابطه زیر به دست می‌آید:

(۲۰)

$$T = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i Z_i}{\gamma_i - 1} + \frac{F_i C_i}{\gamma_i - 1} \frac{v^2}{2} \left(w_p + \frac{1}{\delta} \sum_{i=1}^n C_i \right) - A \int_0^x (P_r + P_g) dx - \frac{1}{2} m_{rec} v_{rec}^2 - \frac{1}{2} I_p (kv)^2 - E_h \right]}{\left[\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i Z_i}{(\gamma_i - 1) T_{oi}} + \frac{F_i C_i}{(\gamma_i - 1) T_{oi}} \right]}$$

اگر از گرادیان لاگرانژ استفاده شود $\delta = 3$ است. در معادله بالا اندیس i برای آغازگر و اندیس i برای i -امین خرج پیشران استفاده شده است. با توجه به اینکه در هر گام زمانی برای محاسبه دمای متوسط گازهای احتراق از موقعیت و سرعت گلوله در گام قبل استفاده شده است، حل عددی انجام شده به صورت صریح است. با در نظر گرفتن گام زمانی $\Delta t < 10^{-4}$ نتایج رضایت بخشی حاصل می‌شود.

۲-۲- محاسبه فشار میانگین و گرادیان فشار

فشار میانگین گازهای پشت گلوله با توجه به معادله حالت گاز کامل تعیین می‌شود:

$$P_i v_i = R_i T \quad (21)$$

حجم در دسترس گازهای پیشران که در شکل (۱) نمایش داده شده است، با در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای پیشران و آغازگر، هم‌پوشانی اولیه گلوله و محفظه احتراق و افزایش حجم در اثر عقب‌نشینی سلاح، اصلاح شده است. حجم در دسترس گازها با رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$V_c = (v_0 - Ay) + A(x_B + x_{rec}) - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\rho_{Solid i}} (1 - Z_i) - \sum_{i=1}^n C_i Z_i \eta_i - C_i \eta_i \quad (22)$$

که با درون‌یابی از این داده‌ها، می‌توان مقادیر مربوطه را در انتگرال‌گیری فوق استفاده نمود. در کد حاضر از روش درون‌یابی قطعه‌ای درجه سوم چندجمله‌ای هرمیت استفاده شده است [۱۰]. اثرات عقب‌نشینی شامل افزایش حجم در دسترس گازهای پیشران و اتلاف انرژی می‌شود که در مدل بایر و فرانکل صرف‌نظر شده است. انرژی اتلافی در اثر عقب‌نشینی عبارت است از [۸]:

$$E_{rec} = \frac{1}{2} m_{rec} v_{rec}^2 \quad (12)$$

m_{rec} جرم مجموعه عقب‌نشینی‌کننده سلاح است. v_{rec} سرعت عقب‌نشینی است که با انتگرال‌گیری از شتاب عقب‌نشینی به دست می‌آید:

$$v_{rec} = \int_0^t a_{rec} dt = A \int_0^t \frac{P_{BR} - P_r}{m_{rec}} dt \quad (13)$$

در این رابطه، P_{BR} فشار محفظه احتراق^۱ است که بر اساس گرادیان فشار به دست می‌آید.

انرژی اتلافی برای چرخش گلوله که در مدل بایر و فرانکل صرف‌نظر شده است، با فرض متناسب بودن سرعت زاویه‌ای با سرعت انتقالی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{rotation} = \frac{1}{2} I_p (kv)^2 \quad (14)$$

که در آن، k ضریب تناسب سرعت زاویه‌ای و سرعت انتقالی است و با توجه به طول گام خان (طولی از لوله که یک دور کامل از شیار خان دارد) تعیین می‌شود. I_p ممان اینرسی گلوله حول محور دوران است، اگر با ساده انگاری گلوله به شکل استوانه‌ای با شعاعی برابر نصف قطر لوله در نظر گرفته شود، ممان اینرسی آن حول محور استوانه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_p = \frac{1}{2} w_p \left(\frac{D}{2} \right)^2 \quad (15)$$

برای محاسبه اتلاف حرارتی فرض می‌شود انتقال حرارت تنها در اثر جابه‌جایی روی می‌دهد، در واقع از انتقال حرارت تابشی صرف‌نظر می‌شود. به علت اینکه فرآیند اساساً سریع اتفاق می‌افتد تنها لایه‌ای نازک از سمت داخلی مرزهای سیستم (لوله، محفظه احتراق و پشت گلوله) تحت تأثیر گرمای گازهای پیشران قرار می‌گیرد. انرژی از دست رفته به علت انتقال حرارت، دمای پوسته داخلی را افزایش می‌دهد. طبق رابطه سرمایه‌ش نیوتن:

$$E_h = \int_0^t A_w h [T - T_w] dt \quad (16)$$

h ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است که در مرجع [۸] توضیح داده شده است، A_w مساحت پوسته داخلی و T دمای گازهای پیشران

1- Breech

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (27)$$

با اعمال شرایط مرزی $v(0, t) = 0$ و $v(x_B, t) = v_p$ در معادله بالا توزیع سرعت گازهای پشت گلوله به صورت خطی حاصل می‌شود:

$$v(x, t) = x \frac{v_p(t)}{x_B(t)} \quad (28)$$

با جایگزینی رابطه فوق در معادله اندازه حرکت و ساده‌سازی، نهایتاً تغییرات فشار بر حسب مکان و زمان به دست می‌آید:

$$P(x, t) = \varphi(t) - \frac{\left[P_B - P_r - P_g \right] \sum_{i=1}^n C_i}{2 w_p x_B^2} x^2 \quad (29)$$

با اعمال شرط مرزی $P(0, t) = P_{BR}$ در معادله بالا $\varphi(t) = P_{BR}$ حاصل می‌شود، لذا رابطه فشار پشت گلوله با فشار محفظه احتراق به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$P_{BR} = P_B + \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{w_p} \left[P_B - P_r - P_g \right] \quad (30)$$

با تعریف فشار میانگین به صورت زیر می‌توان ارتباط بین فشار میانگین با فشار محفظه احتراق را یافت:

$$\bar{P} = \frac{1}{x_B} \int_0^{x_B} P(x, t) dx \quad (31)$$

ارتباط فشار میانگین گازهای پیش‌رانه با فشار محفظه احتراق عبارت است از:

$$\bar{P} = P_{BR} + \frac{1}{6} \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{w_p} \left[P_B - P_r - P_g \right] \quad (32)$$

مطالعات بیشتر در این زمینه توسط پیدوک، کنت و سایر محققین انجام شده است. طبق روش پیدوک-کنت فشار پشت گلوله عبارت است از:

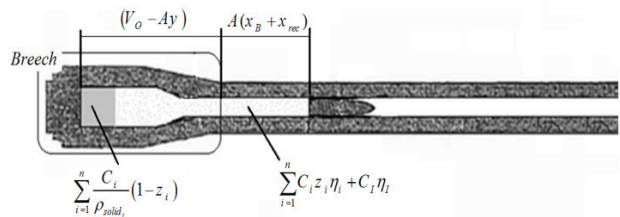
$$P_B = \frac{\bar{P}}{1 + \frac{C}{\delta w_p}} \quad (33)$$

رابطه فشار محفظه احتراق و فشار پشت گلوله عبارت است از:

$$P_{BR} = \frac{P_B}{(1 - a_0)^{-n'-1}} \quad (34)$$

روابط محاسبات مربوط به a_0 و n' در مرجع [۶] آمده است.

در این رابطه، V_o حجم کل محفظه احتراق است، عبارت Ay حجمی از محفظه احتراق است که قسمت انتهایی گلوله آن را اشغال کرده است، عبارت $A(x_B + x_{rec})$ فضای از لوله است که پشت گلوله قرار می‌گیرد، عبارت سوم فضای اشغال شده توسط پیش‌رانه‌های نسوخته است و دو عبارت بعدی مربوط به حجم مشترک گازهای پیش‌رانه و آغازگر می‌شود. در مدل بایر و فرانکل از حجم مشترک گازهای آغازگر، هم‌پوشانی اولیه گلوله با محفظه احتراق و افزایش حجم در اثر عقب‌نشینی صرف‌نظر شده است. دو حالت حدی در عقب‌نشینی سلاح متصور است؛ اول حالتی که لوله، گلوله را با خود به عقب بکشد و حالت دوم گلوله همراه لوله به سمت عقب حرکت نکند. حجم در دسترس گاز در حالت اول افزایش ندارد، در نتیجه با توجه به معادله حالت فشار میانگین بیشتری نسبت به حالت دوم به دست می‌آید، چرا که در حالت دوم حجم در دسترس گاز به مقدار عقب‌نشینی افزایش می‌یابد، لذا فشار میانگین کمتری حاصل خواهد شد.



شکل ۱- نمایش حجم در دسترس گازهای پیش‌رانه.

حجم مخصوص در معادله حالت عبارت است از:

$$v_i = \frac{V_C}{C_i z_i + C_I} \quad (23)$$

با جایگذاری این مقدار در معادله (۲۱) فشار میانگین به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\bar{P} = \frac{T}{V_C} \left[\left(\sum_{i=1}^n \frac{F_i C_i z_i}{T_{o_i}} \right) + \frac{F_I C_I}{T_{o_I}} \right] \quad (24)$$

تعیین فشار پشت گلوله در محاسبات دینامیک حرکت گلوله حائز اهمیت است. اختلاف فشار از محفظه احتراق تا پشت گلوله توسط لاگرانژ بررسی شده است [۸]. طبق روش لاگرانژ معادله بقای جرم و بقای اندازه حرکت برای سیال غیرلزج در راستای طول لوله نوشته می‌شود:

$$\frac{D\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot v) = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (25)$$

$$-\frac{1}{\rho} \nabla P = \frac{Dv}{Dt}; \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \quad (26)$$

با فرض توزیع یکنواخت چگالی گازهای پشت گلوله در معادله بقای جرم داریم:

۲-۳- محاسبه کسر پیشرانه سوخته شده

نرخ کسر پیشرانه سوخته شده با فرض چگالی یکنواخت گرین پیشرانه جامد به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dz_i}{dt} = \frac{S_i(t)r_i(t)}{V_{g_i}} \quad (35)$$

که در آن، $S_i(t)$ سطح در معرض سوزش در هر لحظه است، V_{g_i} حجم اولیه گرین پیشرانه نسوخته است و $r_i(t)$ نرخ سوزش است که از رابطه زیر به دست می‌آید [۸]:

$$r_i(t) = \beta_i (\bar{P})^{\alpha_i} \quad (36)$$

ضرایب α_i, β_i از برازش داده‌های منحنی فشار- زمان حاصل از تست محفظه بسته به دست می‌آیند [۱۱]. برای گرین‌های استوانه‌ای چند سوراخه با توجه به اینکه سوزش در لایه‌های موازی پیشروی می‌کند می‌توان در نظر گرفت در هر گام زمانی مقداری برابر u_i از طول و قطر گرین استوانه‌ای کاسته می‌شود و به همین مقدار قطر سوراخ‌ها افزایش پیدا می‌کند. برای یافتن عمق سوخته u_i در هر گام زمانی از حل عددی به روش نیوتن-رافسون استفاده می‌شود. با یافتن عمق سوخته سطح لحظه‌ای در معرض سوزش به دست می‌آید [۶]. در نهایت با انتگرال‌گیری از معادله (۳۵) کسر پیشرانه سوخته شده به دست خواهد آمد:

$$z_i = \int_0^t \frac{dz_i}{dt} dt \quad (37)$$

۲-۴- معادلات حرکت گلوله

شتاب انتقالی گلوله در طول لوله با توجه به نیروهای وارد شده بر آن قابل محاسبه است. نیروهایی که بر گلوله اعمال می‌شوند شامل نیروی محرک در اثر فشار گازهای پیشرانه پشت گلوله، نیروی خان‌کشی یا مقاومت لوله و نیروی مقاومت هوای فشرده در جلوی دماغه گلوله است. شتاب گلوله بنا بر قانون دوم نیوتن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a = \frac{A(P_B - P_g - P_r)}{w_p} \quad (38)$$

سرعت گلوله با انتگرال‌گیری از شتاب و مکان گلوله با انتگرال‌گیری از سرعت به دست خواهد آمد.

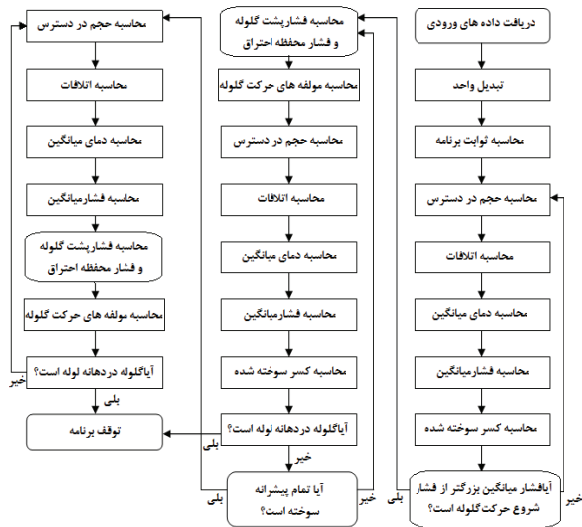
۲-۵- خلاصه الگوریتم حل

تحلیل حاضر در سه مرحله همانند روش بایر-فرانکل انجام می‌شود. مرحله اول از سوختن کامل آغازگر در زمان صفر تا رسیدن فشار به فشار شروع حرکت گلوله است. مرحله دوم از زمان حرکت اولیه گلوله تا سوختن کامل پیشرانه است و مرحله سوم از رسیدن به نقطه اتمام

سوخت تا خروج گلوله از دهانه لوله می‌باشد. الگوریتم حل مسئله در شکل (۲) آمده است. این الگوریتم شامل سه ستون می‌شود که هر ستون متناظر با هر یک از این سه مرحله بیان شده است. در هر گام زمانی اتلاف‌ها و سپس دمای متوسط گازهای پیشرانه محاسبه شده و پس از آن با توجه به معادله حالت فشار میانگین تعیین می‌شود و در نهایت مؤلفه‌های حرکت گلوله (شتاب، سرعت و مکان) محاسبه می‌شوند. برنامه قابلیت تشخیص گیرکردن گلوله در لوله را طی مراحل دوم و سوم دارد. در صورتی که گلوله از پیشروی باز ایستد و فشار میانگین افزایش پیدا نکند، برنامه هشدار گیرکردن گلوله را اعلام می‌کند. نکته حائز اهمیت برای گام اول حل عددی فوق این است که فرض شده آغازگر در زمان صفر کامل سوخته شده است. در نتیجه فشار برابر خواهد شد با:

$$\bar{P} = \frac{F_I C_I}{V_C} \quad (39)$$

با همین فشار وارد معادلات نرخ سوزش شده و سیر حل دنبال می‌شود.



شکل ۲- الگوریتم حل روش ارائه شده.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- اعتبارسنجی

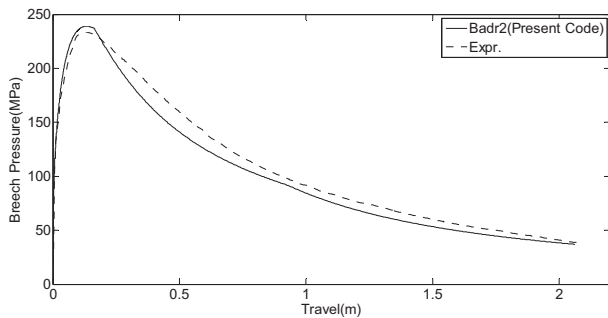
در اعتبارسنجی کد حاضر از نتایج تحلیل کدهای معتبر بالستیک داخلی برای تفنگ ۱۳۲ م.م. AGARD با پیشرانه استوانه‌ای هفت سوراخه [۱۲]، نتایج تجربی و نیز نتایج کدهای معتبر برای تفنگ ۴۰ م.م. با پیشرانه استوانه‌ای تک سوراخه شکاف‌دار [۱۳] استفاده شده است. نتایج کد حاضر با نتایج کدهای معتبر و نتایج تجربی تطابق خوبی را نشان می‌دهد. در جدول (۱) خطای هر یک از کدها نسبت به کد Mobidic N.G. و در جدول (۲) خطای هر یک از کدها نسبت به نتیجه تجربی تعیین شده است.

جدول ۱- مقایسه نتایج کد حاضر با نتایج تحلیل کدهای معتبر بالستیک داخلی برای تفنگ ۱۳۲م.م. AGARD.

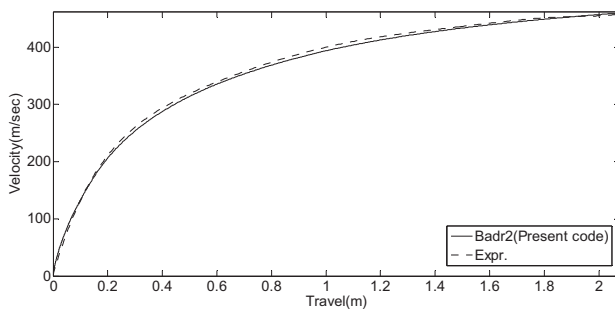
مرجع نتایج	فشار بیشینه محفظه احتراق (Mpa)	فشار بیشینه پشت گلوله (Mpa)	سرعت دهانه (m/sec)	زمان خروج گلوله (msec)	درصد خطای فشار بیشینه محفظه احتراق	درصد خطای سرعت دهانه
Badr2 (Present Code)	۳۷۴	۳۳۹	۶۶۴	۱۲/۸۴	۳/۸	۳/۳
Mobidic N.G. 2D[3]	۳۶۰	۳۲۸	۶۸۷	۱۵/۳۴	۰	۰
IBHVG2[8]	۳۹۵	۳۵۸	۶۸۹	۱۴/۶۶	۹/۷	۰/۲
SIBIL[14]	۳۷۷	۳۴۱	۷۰۳	۱۴/۳۶	۴/۷	۲/۳
CTA1 [15]	۳۶۸	۳۵۰	۶۷۸	۱۴/۹۴	۲/۲	۱/۳
XKTC[16]	۳۵۰	۳۲۴	۶۸۳	۱۶/۵۸	۲/۷	۰/۶

جدول ۲- مقایسه نتایج کد حاضر با نتایج تجربی و نتایج تحلیل کدهای معتبر بالستیک داخلی برای تفنگ ۴۰م.م.

مرجع نتایج	فشار بیشینه محفظه احتراق (Mpa)	فشار بیشینه پشت گلوله (Mpa)	سرعت دهانه (m/sec)	زمان خروج گلوله (msec)	درصد خطای فشار بیشینه محفظه احتراق	درصد خطای سرعت دهانه
Badr2 (Present Code)	۴۰۳	۳۱۸	۱۲۴۲	۵/۷۰	۶/۲	۰/۶
Expr. [13]	۴۲۸	-	۱۲۲۴	-	۰	۰
Mobidic N.G. [3]	۴۳۰	۳۸۲	۱۲۹۵	۶/۶۶	۰/۵	۴/۹
SIBIL[14]	۵۶۱	۴۳۹	۱۳۴۰	۴/۳۹	۳/۱	۸/۶
FHBS[17]	۴۴۳	۳۲۸	۱۲۴۶	۸/۱۳	۹/۵	۱/۰
CTA1[15]	۴۶۳	۳۵۷	۱۲۴۴	۶/۳۰	۸/۱	۰/۸



شکل ۳- تغییرات فشار محفظه احتراق بر حسب مکان گلوله در تفنگ ۱۰۵م.م.



شکل ۴- تغییرات سرعت گلوله بر حسب مکان گلوله در تفنگ ۱۰۵م.م.

با توجه به درصد خطاها، پراکندگی نتایج کدهای تحلیل بالستیک داخلی در جداول (۱) و (۲) به روابط مورد استفاده برای محاسبه گرادیان فشار، اتلاف حرارتی، نرخ سوزش و معادله حالت به کار رفته مربوط می شود. در شکل های (۳) و (۴) تغییرات فشار محفظه احتراق و سرعت گلوله بر حسب مکان گلوله برای تفنگ ۱۰۵م.م. با استفاده از کد حاضر با نتایج تجربی از مرجع [۶] مقایسه شده است. خرج به کار رفته در تفنگ ۱۰۵م.م. به صورت ترکیبی است که شامل گرین های استوانه-ای هفت سوراخه و استوانه ای تک سوراخه با مشخصات ترموشیمیایی یکسان می شود.

۳-۲- اثر حجم مشترک گازهای پیشرانه

شکل های (۵) و (۶) براساس روش حاضر با در نظر گرفتن فشار شروع حرکت گلوله و نیروی مقاومت خان کشی، تأثیر در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای پیشرانه را در مقایسه با حالتی که این پارامتر لحاظ نمی شود، برای تفنگ ۱۰۵م.م. نشان می دهد. اضافه نمودن اثر پارامتر حجم مشترک با هدف در نظر گرفتن خواص واقعی گازهای حاصل از احتراق انجام شده است. این پارامتر به اثر متقابل مولکول های گازی محصولات احتراق در دما و فشار بالای داخل لوله مربوط می شود. با توجه به اینکه حجم مشترک سبب کاهش حجم آزاد گازهای حاصل از احتراق می شود، در نظر گرفتن آن باعث افزایش فشار و در نتیجه افزایش سرعت دهانه شده است. این موضوع دقت محاسبات را در شبیه سازی ها بهبود می دهد.

۳-۳- اثر نیروی مقاومت خان کشی

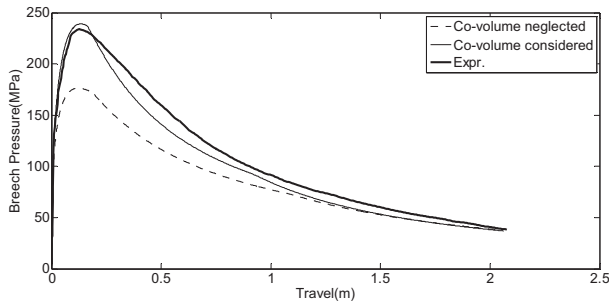
شکل‌های (۷) و (۸) تأثیر نیروی مقاومت خان کشی را بر فشار محفظه احتراق و سرعت گلوله برای تفنگ ۱۰۵م.م. نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با در نظر گرفتن این پارامتر فشار گازهای احتراق به‌طور محسوس افزایش پیدا می‌کند. اگرچه انتظار می‌رود اصطکاک در لوله در اثر فرآیند خان کشی منجر به کاهش سرعت دهانه شود اما از آنجا که فشار گازهای احتراق در پشت گلوله افزایش یافته است، نهایتاً سرعت دهانه افزایش خواهد داشت. سرعت دهانه با در نظر گرفتن نیروی مقاومت خان کشی ۴۶۰ متر بر ثانیه است و با صرف نظر از این نیرو ۴۴۹ متر بر ثانیه به دست می‌آید. در این مقایسه حجم مشترک گازها و فشار شروع حرکت گلوله منظور شده است.

۳-۴- اثر فشار شروع حرکت گلوله

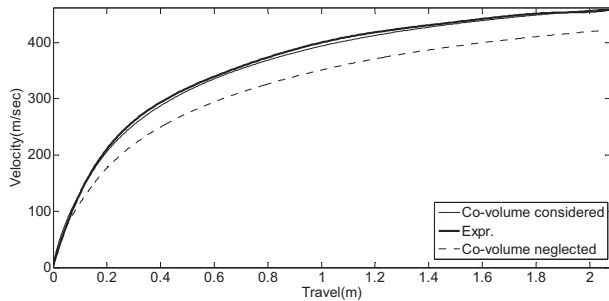
برای رها شدن گلوله از سجاغ محفظه احتراق و غلبه بر نیروی خان کشی نیاز به فشار اولیه کافی می‌باشد. شکل (۹) اثر فشار شروع حرکت گلوله را بر تغییرات فشار محفظه احتراق نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش این پارامتر، بیشینه فشار افزایش پیدا می‌کند. در شکل (۱۰) تغییرات بیشینه فشار بر حسب فشار شروع حرکت گلوله آمده است که نشان می‌دهد تغییرات به صورت سهمی است. محاسبه فشار حداکثر صحیح و با دقت بالا از دیدگاه ایمنی تفنگ و طول عمر آن از اهمیت بالایی برخوردار است. در روش‌های حل تحلیلی برای تطابق نتایج تحلیل با نتایج تجربی، اثر فشار شروع حرکت گلوله را با افزایش نرخ سوزش اعمال می‌کردند [۱۸]. در روش حاضر به‌طور مستقیم تأثیر این پارامتر قابل بررسی است. در بررسی اثر فشار شروع حرکت گلوله در شکل‌های (۹) و (۱۰) حجم مشترک گازها و نیروی خان کشی لحاظ شده است.

۳-۵- اثر خصوصیات آغازگر

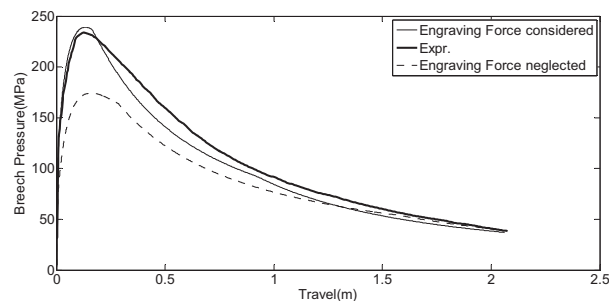
برای بررسی اثر خصوصیات آغازگر از دو نوع آغازگر مطابق جدول (۳) با جرم برابر در تحلیل بالستیک داخلی تفنگ ۱۰۵م.م. استفاده شده است. تأثیر آغازگر بر دمای میانگین گازهای احتراق در شکل (۱۱) آمده است. علی‌رغم ایمپتوس کمتر آغازگر شماره دو از آغازگر شماره یک، در تمام بازه زمانی شلیک، دمای محصولات احتراق بالاتر است. لذا دمای شعله آدیاباتیک آغازگر در تعیین تغییرات دمای میانگین گازهای احتراق اثر قابل توجهی دارد. تعیین صحیح تغییرات دما از نظر مسایل ایمنی سلاح و همچنین سایش و فرسودگی لوله سلاح حائز اهمیت است [۱۹]. به‌طور کلی دمای شعله آدیاباتیک کمتر پیش‌راننده از نقطه نظر سایش مطلوب‌تر است. ممکن است پس از آتش‌های متوالی پدیده خود اشتعالی در پیش‌راننده‌ها روی دهد و منجر به شلیک ناخواسته شود [۲۰].



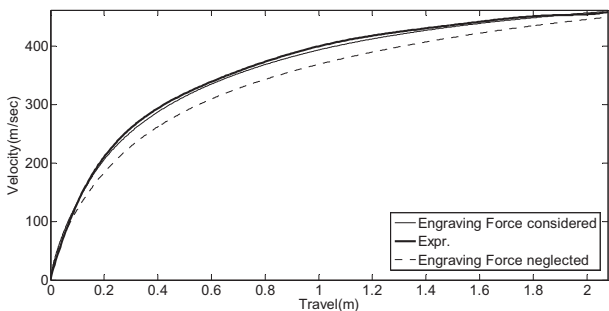
شکل ۵- بررسی تأثیر حجم مشترک بر تغییرات فشار محفظه احتراق بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵م.م.



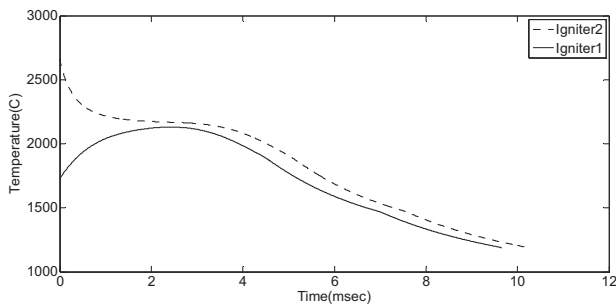
شکل ۶- بررسی تأثیر حجم مشترک بر تغییرات سرعت بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵م.م.



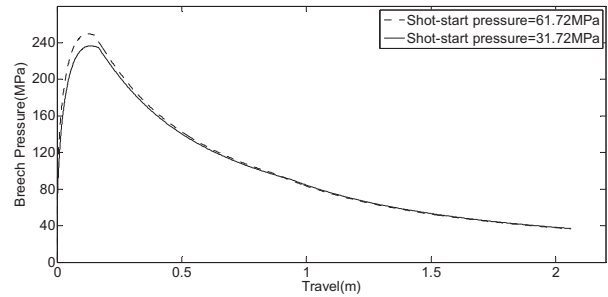
شکل ۷- تأثیر نیروی مقاومت خان کشی بر تغییرات فشار محفظه احتراق بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵م.م.



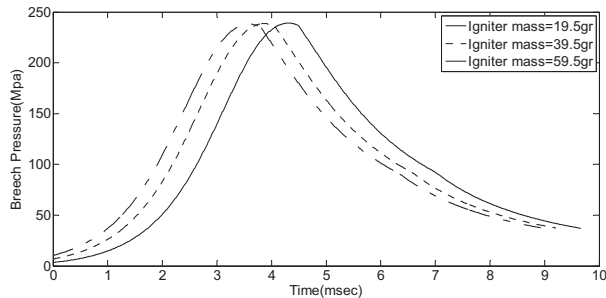
شکل ۸- تأثیر نیروی مقاومت خان کشی بر تغییرات سرعت بر حسب زمان در تفنگ ۱۰۵م.م.



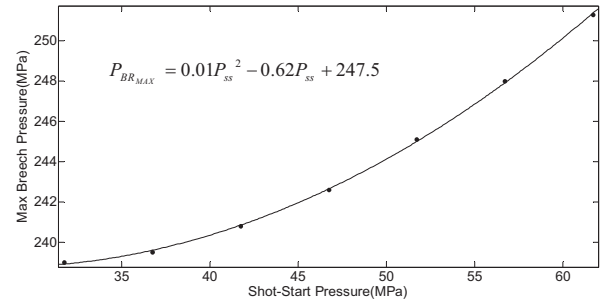
شکل ۱۱- تأثیر خصوصیات آغازگر بر دمای میانگین گازهای پیشرانه برحسب زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.



شکل ۹- تأثیر فشار شروع حرکت گلوله بر تغییرات فشار محفظه احتراق برحسب زمان برای تفنگ ۱۰۵ م.م.



شکل ۱۲- تأثیر افزایش جرم آغازگر بر منحنی فشار- زمان در تفنگ ۱۰۵ م.م.



شکل ۱۰- تغییرات بیشینه فشار محفظه احتراق با فشار شروع حرکت گلوله در تفنگ ۱۰۵ م.م.

ورودی نرم افزار شامل جرم گلوله، مشخصات لوله سلاح، ابعاد هندسی گرین پیشرانه و مشخصات ترموشیمیایی پیشرانه و آغازگر می باشد. خروجی نرم افزار شامل فشار و دمای گازهای احتراق برحسب زمان و مکان گلوله، سرعت انتقالی و چرخشی گلوله برحسب زمان و مکان گلوله می شود. نتایج کد حاضر با نتایج آزمایشگاهی و نتایج دیگر کدهای معتبر تحلیل بالستیک داخلی تطابق خوبی نشان می دهد. محاسبه فشار حداکثر صحیح و با دقت بالا از دیدگاه ایمنی تفنگ و طول عمر آن از اهمیت بالایی برخوردار است، چرا که در حالت ایده آل در محاسبات بالستیک، هدف دستیابی به فشار حداکثر بالاتر در طول لوله می باشد تنها محدودیت واقعی این هدف، عدم تحمل سازه لوله به لحاظ مکانیکی است. خطای محاسبه بیشینه فشار در تفنگ ۱۰۵ م.م. بدون در نظر گرفتن حجم مشترک گازهای پیشرانه و نیروی مقاومت خان کشی به ترتیب ۲۴/۵۵ درصد و ۲۵/۴۴ درصد است. با در نظر گرفتن این دو پارامتر در تحلیل بالستیک داخلی تفنگ ۱۰۵ م.م. خطای محاسبه بیشینه فشار محفظه احتراق به ۲/۲۵ درصد (مقدار تئوری ۲۳۹ MPa در مقابل مقدار تجربی ۲۳۳/۷ MPa) کاهش می یابد. تحقیق حاضر نشان داد بیشینه فشار با فشار شروع حرکت گلوله در تفنگ ۱۰۵ م.م. رابطه سهمی دارد. همچنین مشخص شد دمای شعله آدیاباتیک آغازگر در تعیین تغییرات دمای گازهای احتراق اثر قابل توجهی دارد. افزایش جرم آغازگر سبب کوتاه شدن بازه شلیک و جابه جا شدن مکان نقطه بیشینه فشار به سمت محفظه احتراق می شود.

جدول ۳- مشخصات آغازگرهای استفاده شده برای بررسی اثر خصوصیات ترمودینامیکی آغازگر [۶ و ۲۱].

نوع آغازگر	جرم (gr)	نسبت گرماهای ویژه (-)	ایمپتوس (MJ/kg)	دمای شعله آدیاباتیک (C)
آغازگر (۱)	۱۹/۵	۱/۲۵	۰/۲۸۷	۱۷۲۶/۸۵
آغازگر (۲)	۱۹/۵	۱/۴۰	۰/۱۰۶	۲۶۶۶/۸۵

لازم به توضیح است در بخش های قبل از مشخصات آغازگر (۱) در مطالعه پارامتریک تفنگ ۱۰۵ م.م. استفاده شده است. مطابق شکل (۱۲) افزایش جرم آغازگر سبب انتقال زمانی منحنی فشار- زمان می شود به طوری که بازه زمانی شلیک کاهش می یابد. در نتیجه با افزایش جرم آغازگر مکان نقطه بیشینه فشار به سمت محفظه احتراق جا به جا می شود. مقدار جرم آغازگر بر بیشینه فشار و سرعت دهانه تأثیر بسیار ناچیزی دارد. در شکل (۱۲) از مشخصات آغازگر شماره یک استفاده شده است.

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق با در نظر گرفتن نرخ سوزش غیرخطی، تحلیل بالستیک داخلی برای تفنگ انجام شده است. روش حاضر با توجه به حل عددی انجام شده، محدودیت های ریاضی ناشی از حل تحلیلی معادلات به روش مرجع [۱۸] را ندارد. با استفاده از روش توسعه داده شده حاضر نرم افزار تحلیل بالستیک داخلی با نام Badr2 تهیه شده است.

اندیس‌ها	علائم
خرج پیشران	A مساحت مقطع لوله
مقاومت لوله	a شتاب گلوله
عقب نشینی	C جرم اولیه پیشرانه
چرخش	c_v گرمای ویژه در حجم ثابت
پوسته یا دیواره احاطه کننده سیستم	c_p گرمای ویژه در فشار ثابت
گلوله	D قطر لوله
محفظه احتراق	E انرژی اتلافی
پشت گلوله	F ایمپتوس
اتلاف حرارتی	S سطح در معرض سوزش
هوای فشرده	T دما
آغازگر	T_o دمای شعله آدیاباتیک
i - امین خرج پیشران	t زمان

مراجع

- [1] Carlucci, D.; Jacobson S. "Ballistics, Theory and Design of Guns and Ammunition"; CRC Press, Boca Raton, 2008.
- [2] Longuet, B. "MOBIDIC N.G.: a 1D/2D Code Suitable for Interior Ballistics and Vulnerability Modeling"; 22nd International Symposium on Ballistics, November 2005.
- [3] Jaramaz, S.; Mickovic, D.; Elek, P. "Two-Phase Flows in Gun Barrel: Theoretical and Experimental Studies"; Int. J. Multiphase Flow 2011, 37, 475-487.
- [4] Talei, M., Rahimian, M. H. "Experimental and Numerical Study of Combusting Solid Propellant and Axisymmetric Flow Field with Moving Boundary"; In: 11th Annual Conference of the CFD Society of Canada, Vancouver, 28-30 May 2003.
- [5] معینی، سجاد، مدل‌سازی یک بعدی جریان دوفازی محترق در سیستم‌های توپ، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۳.
- [6] Baer, P. G.; Frankle, J. M. "The Simulation of Interior Ballistic Performance of Guns by Digital Computer Program"; BRL-TR-1183, US Army Ballistic Research Laboratory, December 1962.
- [7] Pocock, M.; Einstein, S.; Guyott, C.; Karen, N.; Carlucci, D.; Klingaman, K.; Moran, K. B. "Challenges of Internal Ballistics Modeling of Novel Propellants and Propellant Geometry"; 23rd International Symposium on Ballistics, April 2007.
- [8] Anderson, R. A.; Fickie, K. D. "IBHVG2 - A User's Guide"; Technical Report BRL-TR-2829, US Army Ballistic Research Laboratory, July 1987.
- [9] Carlucci, D.; Vega, J.; Pocock, M.; Einstein, S.; Guyott, C.; Chaplin, R. "Novel Examination of Gun Bore Resistance Analysis and Experimental Validation"; 23rd International Symposium On Ballistics, April 2007.
- [10] Birkhoff, G.; Schultz, M. H.; Varga, R. S. "Piecewise Hermite Interpolation in One and Two Variables with Application to Partial Differential Equations"; Numeric Mathematic 1968, 11, 232-256.
- [11] Rodrigues, R. "Closed Vessel Experiment Modeling and Ballistic Parameter"; 2nd Mercosure Congress On Chemical Engineering, 2006.
- [12] Woodley C. R. "Comparisons of Internal Ballistics Simulations of the AGARD Gun"; 22nd International Symposium on Ballistics, November 2005.

u عمق سوخته	U انرژی داخلی گازهای پیشرانه
V_o حجم کل محفظه احتراق	V_g حجم اولیه محفظه احتراق
V_c حجم در دسترس گازهای پیشرانه	v سرعت گلوله
W کار انجام شده روی گلوله	w_p جرم گلوله
m_{rec} جرم عقب نشینی کننده	h ضریب انتقال حرارت جا به جایی
I ممان اینرسی گلوله	k_v ضریب تصحیح نرخ سوزش
P_{ss} فشار شروع حرکت گلوله	P_p فشار پشت گلوله
P_{BR} فشار محفظه احتراق	Q انرژی شیمیایی آزاد شده پیشرانه
r نرخ سوزش	R ثابت گاز
x موقعیت گلوله	γ نسبت گرماهای ویژه
y طول همپوشانی اولیه گلوله و محفظه احتراق	v حجم مخصوص
z کسر سوخته شده پیشرانه	η حجم مشترک
α توان نرخ سوزش	δ ثابت پیدوک-کنت
β ضریب نرخ سوزش	ε ضخامت پوسته احاطه کننده سیستم
ρ چگالی گازهای پیشرانه	ρ_{solid} چگالی خرج جامد

- [18] Corner, J. "Theory of the Interior Ballistics of Gun"; John Wiley, New York, 1950.
- [19] Franco, P.; Peter, H. "Gun Barrel Erosion: Study of Thermally Insulating Layers"; 19th International Symposium on Ballistics, May 2001.
- [20] Wu, B.; Chen, G.; Xia, W. "Heat Transfer in a 155 mm Compound Gun Barrel With Full Length Integral Midwall Cooling Channels"; Applied Thermal Engineering 2008, 28, 881–888.
- [21] Robbins, F. W.; Anderson, R. D.; Gough, P. S. "New Pressure Gradient Equations for Lumped-Parameter Interior Ballistic Codes"; Technical Report BRL-TR-3097, US Army Ballistic Research Laboratory, May 1990.
- [13] Woodley, C. R. "Comparisons of Internal Ballistics Simulations of 40mm Gun Firing"; 23rd International Symposium on Ballistics, April 2007.
- [14] Schoeffert, I. C. "Simulation de la Ballistique Interieure des Canons, SIBIL"; NTETBS/CE/DMS/MMB/TDP N06/86, 1986.
- [15] Woodley C. R. "Modeling the Internal Ballistics of Mortars using the One-Dimensional Code Cta"; 20th International Symposium on Ballistics, September 2002.
- [16] Gough, P. S. "The XNOVAKTC Code"; Technical Report BRL-CR-627, US Army Ballistic Research Laboratory, February 1990.
- [17] Woodley, C. R.; Billett, S.; Lowe, C. "The FHIBS Internal Ballistics Code"; 22nd International Symposium on Ballistics, November 2005.

