

## طراحی بالستیک نهایی پرتابه‌های میله‌ای بلند

حسین خدارحمی<sup>\*</sup>، مجتبی ذوالقاری<sup>۲</sup>، محسن فروتن<sup>۳</sup>

تهران - دانشگاه امام حسین (ع)

(تاریخ وصول: ۸۸/۹/۱۰، تاریخ پذیرش: ۸۹/۲/۲)

### چکیده

برای تحلیل نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند تاکنون مدل‌های تحلیلی متعددی ارائه شده است، که در این مدل‌ها با داشتن مشخصات پرتابه و هدف و شرایط برخورد، معمولاً تنها مجھول مسئله یعنی عمق نفوذ پرتابه بدست می‌آید. در این مقاله فرمولاسیون مدل تحلیلی آلکسیوسکی و تیت به منظور طراحی مشخصات پرتابه برای رسیدن به یک عمق نفوذ معین تغییر داده شده و با کمک روابط اضافی ناشی از محدودیت‌های انرژی جنبشی و شرط عدم کمانش پرتابه، الگوریتم جدیدی بدین منظور ارائه گردیده است. در این روش با حل همزمان این معادلات، و با معلوم بودن میزان عمق نفوذ پرتابه در هدف معلوم، مشخصات پرتابه شامل سرعت برخورد، طول، قطر و جرم آن محاسبه می‌شود. مقایسه نتایج این فرمولاسیون با مقادیر تجربی سایر محققین و حل عددی به کمک نرم افزار AUTODYN تطابق خوبی را نشان می‌دهد. بعلاوه در یک مثال عملی، طراحی بالستیک نهایی یک پرتابه میله‌ای برای رسیدن به عمق نفوذ معین، به کمک این الگوریتم، انجام شده و مشخصات پرتابه بدست آمده است.

**واژه‌های کلیدی:** بالستیک نهایی، پرتابه میله‌ای بلند، نفوذ، هدف نیمه بی‌نهایت، کمانش.

### ۱- مقدمه

بالستیک داخلی، مشخصاتی از قبیل خرج پرتاب و طول لوله پرتاگر برای رسیدن به یک سرعت دهانه معین بدست می‌آید. پرتابه‌های انرژی جنبشی با نسبت طول به قطر بالا که در منابع علمی بعنوان پرتابه‌های میله‌ای بلند شناخته شده‌اند، بدليل چگالی و سرعت بالا، قابلیت نفوذ زیادی دارند. این پرتابه‌ها اغلب دارای سابوت بوده و میله پرتابه، قطر کمتری از کالیبر لوله پرتاگر دارد و بعلاوه پایداری آنها توسط فین تأمین می‌گردد. لذا به پرتابه‌های ضدزره فین‌دار با سابوت جداشونده (APFSDS<sup>۱</sup>) شناخته می‌شود. آلکسیوسکی (۱۹۶۶) و تیت (۱۹۶۷ و ۱۹۶۹) با در نظر گرفتن

طراحی پرتابه‌های انرژی جنبشی بطور معمول در حلقه‌ای شامل سه مرحله در حوزه‌های بالستیک نهایی، بالستیک خارجی و بالستیک داخلی انجام می‌گیرد. مشخصات اساسی اولیه پرتابه شامل طول، قطر، جرم و سرعت برخورد، برای رسیدن به یک عمق نفوذ مشخص در هدف، در حوزه بالستیک نهایی و بر مبنای مدل‌سازی مکانیک نفوذ تعیین می‌گردد. سپس در حوزه بالستیک خارجی، سرعت دهانه و هندسه خارجی پرتابه برای رسیدن به سرعت برخورد در برد معین مشخص می‌شود. در مرحله آخر در حوزه

\* E-mail: Hossein\_Khodarahmi@yahoo.com

۴- Armour Piercing Fin Stabilized Discarding Sabot

۱- دانشیار

۲- دانشجویی کارشناسی ارشد مکانیک دانشگاه امام حسین(ع)

۳- دانشجویی کارشناسی ارشد مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

برای عمق نفوذ معین، مشخصات پرتابه و سرعت برخورد مجھول است. لذا لازم است از قیود طراحی عنوان معادلات کمکی استفاده شود. یکی از محدودیت‌های مهم در طراحی پرتابه‌های میله‌ای بلند، پدیده کمانش‌پرتابه است. همچنین مقدار انرژی جنبشی پرتابه نیز یکی دیگر از محدودیت‌های اصلی طراحی پرتابه می‌باشد. لذا در اینجا علاوه بر استفاده از یک مدل تحلیلی معتبر برای ارتباط دادن بین عمق نفوذ و مشخصات پرتابه، دو موضوع عدم کمانش و محدودیت انرژی به عنوان قیود طراحی مورد توجه قرار گرفته است.

در این مقاله بر مبنای مدل AT برای نفوذ معین پرتابه‌های میله‌ای بلند در هدف‌های نیمه‌بی‌نهایت، فرمولاسیون لازم برای طراحی این پرتابه‌ها استخراج گردیده و با قید عدم کمانش پرتابه و محدودیت انرژی جنبشی، الگوریتمی برای تعیین مشخصات پرتابه برای رسیدن به یک عمق نفوذ معین در یک هدف معلوم ارائه گردیده است. سپس به کمک نرم‌افزار MATLAB برنامه‌ای به این منظور تهیه و مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین برای ارزیابی روش طراحی ارائه شده، اولاً مقادیر بدست آمده از روش تحلیلی با مقادیر تست‌های تجربی انجام شده توسط سایر محققین مقایسه گردیده و ثانیاً شبیه‌سازی عددی مسئله نفوذ به کمک کد AUTODYN انجام شده است. علاوه در یک مثال عملی، به کمک الگوریتم ارائه شده، طراحی بالستیک نهایی یک پرتابه میله‌ای برای رسیدن به عمق نفوذ معین انجام شده و مشخصات پرتابه بدست آمده است.

## ۲- خلاصه‌ای از مدل تحلیلی AT

در تئوری هیدرودینامیکی نفوذ در برخوردهای بسیار پرسرعت<sup>۱</sup>، با توجه به رفتار شبه سیال پرتابه و هدف، از معادله برنسولی استفاده شده و با در نظر گرفتن محوری متحرک در جهت نفوذ که به انتهای حفره متصل شده (شکل ۱) و با نوشتن معادله برنسولی در این نقطه، رابطه زیر حاصل می‌شود<sup>[۹]</sup>:

$$\frac{1}{2} \rho_p (V - U)^2 = \frac{1}{2} \rho_t U^2 \quad (1)$$

که  $V$  سرعت پرتابه،  $U$  سرعت نفوذ و  $\rho_p$  و  $\rho_t$  به ترتیب چگالی پرتابه و هدف است.

مقاومت پرتابه و هدف در تئوری هیدرودینامیکی نفوذ جت، با ارائه مدل خود، گام بزرگی در تحلیل نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند در هدف‌های نیمه‌بی‌نهایت برداشتند. این مدل که بنام مدل آلکسیوسکی و تیت (AT) و یا مدل تیت شناخته شده، در ۴۰ سال گذشته به عنوان مدل استاندارد مرجع مورد استفاده قرار گرفته و علیرغم ضعفها و محدودیت‌های آن، در تحلیل مسائل بالستیکی نفوذ بسیار مفید بوده است<sup>[۱-۶]</sup>.

در مدل اولیه AT پرتابه‌های میله‌ای با نسبت طول به قطر بالا ( $L/D > 10$ ) و نفوذ فاز یکنواخت پرتابه مورد نظر قرار گرفته است. تیت در سالهای ۱۹۸۵ و ۱۹۸۶ با تخمین عمق نفوذ در فاز گذرای اولیه و فاز انتهایی نفوذ، و افزودن آن به مقدار محاسبه شده از مدل قبلی، تئوری خود را بهبود بخشید<sup>[۳]</sup>. محققین بسیاری در مورد ضعفها و محدودیت‌های مدل AT، روش حل معادلات آن، نحوه محاسبه مقاومت‌های پرتابه و هدف، کاربرد این مدل در اهداف سرامیکی و ... مقالاتی منتشر نموده اند<sup>[۷-۱۰]</sup>.

تحقیقات نسبتاً وسیعی در خصوص تئوری هیدرودینامیکی و مدل AT ضعف‌ها و محدودیت‌ها و مراحل بهبود آن در سالهای اخیر<sup>[۱-۹]</sup>، کاربرد تئوری هیدرودینامیکی نفوذ در هدف‌های سرامیکی و سرامیک – فلزی<sup>[۱۰]</sup>، کاربرد تئوری هیدرودینامیکی در طراحی پرتابه‌های انرژی جنبشی (KE) و زره‌های مقاوم در برابر آن<sup>[۱۱]</sup>، تحلیل نفوذ میله‌ای بلند در هدف‌های با ضخامت محدود<sup>[۱۲]</sup>، نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند در هدف‌های چندلایه<sup>[۱۳]</sup>، بررسی اثر مدل ماده و پارامتر کرنش شکست در تحلیل عددی نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند<sup>[۱۴]</sup>، بررسی، تحلیل و مقایسه مدل‌های نفوذ میله‌ای بلند در اهداف نیمه‌بی‌نهایت<sup>[۱۵]</sup> و موارد دیگر در سال‌های اخیر به شکل مقاله و پایان نامه در داخل کشور انجام شده است.

اکثر مقالات منتشر شده در زمینه نفوذ پرتابه‌های میله‌ای، با نگاه "تحلیل پدیده و تعیین مشخصاتی از قبیل عمق نفوذ در هدف نیمه‌بی‌نهایت و یا محاسبه سرعت حد بالستیک در هدف‌های با ضخامت محدود بوده است. در حالی که، در این مقاله موضوع نفوذ از نگاه متفاوت "طراحی" مورد توجه قرار گرفته و روش طراحی پرتابه، بر مبنای یک مدل تحلیلی مشخص ارائه شده و در انتهای در یک مثال کاربردی مشخصات پرتابه بدست آمده است.

لازم به ذکر است در مسائل "تحلیل نفوذ"، کلیه مشخصات پرتابه از قبیل طول، قطر، جرم و سرعت برخورد معلوم بوده و با تعریف هدف معلوم، تنها مجھول مسئله عمق نفوذ پرتابه است. در حالی که در مسئله "طراحی پرتابه"

1- Hypervelocity

$$P = \frac{\rho_p}{Y_p} \int_{V_0}^V U L dV \quad (10)$$

با جاگذاری  $U$  بر حسب  $V$  از رابطه (۴) و  $L$  بر حسب  $V$  از رابطه (۸) و انتگرال‌گیری از رابطه اخیر، عمق نفوذ محسوبه می‌شود.  
در حالتی که  $R_t > Y_p$  باشد، با قراردادن  $U = 0$  در رابطه (۳)، سرعت بحرانی  $V_C$  که بازه آن و مقادیر کمتر نفوذ متوقف می‌شود، بدست می‌آید:

$$V_C = \sqrt{2(R_t - Y_p)/\rho_p} \quad (11)$$

و در حالتی که  $R_t < Y_p$  باشد، با قراردادن  $V = U$  در رابطه (۳)، سرعت حدی  $V_S$  که بازه آن و مقادیر کمتر، پرتابه بصورت صلب و بدون تغییرشکل نفوذ خواهد داشت، بدست می‌آید:

$$V_S = \sqrt{2(Y_p - R_t)/\rho_t} \quad (12)$$

تیت مقاومت پرتابه،  $Y_p$ ، را با حد الاستیک هاگونیوت<sup>۱</sup> (تشن تسلیم تحت شرایط کنش یک محوری، HEL) تقریب زد و از آزمایش‌های انجام گرفته بر روی پرتابه و هدف فولادی به این نتیجه رسید که مقاومت هدف  $R_t$  تقریباً ۳/۵ برابر HEL هدف است [۱]. او چندین سال بعد، بر مبنای نتایج تجربی حاصل از آلیاژ‌های آلومینیوم، فولاد و تنگستن مقادیر مقاومت‌های پرتابه و هدف را بصورت زیر پیشنهاد داد [۱۳]:

$$Y_p = 1.7 \sigma_{yp} \quad (13)$$

$$\sigma_{yp} = 4.2 BHN \quad (14)$$

$$R_t = \sigma_{yt} \left[ \frac{2}{3} + \ln \frac{0.57 E_t}{\sigma_{yt}} \right] \quad (15)$$

که در آن  $\sigma_{yp}$  و  $BHN$  به ترتیب مقاومت تسلیم دینامیکی برای تشن یک بعدی و سختی برینل پرتابه و  $E_t$  به ترتیب مقاومت تسلیم فشاری و مدول یانگ هدف و  $\ln$  علامت لگاریتم طبیعی می‌باشد.

### ۳- کمانش دینامیکی پرتابه‌های میله‌ای بلند

با برخورد یک پرتابه میله‌ای بلند به یک هدف صلب، بسته به سرعت برخورد، موج تشن الاستیک و بعد از آن موج تشن پلاستیک از سطح برخورد به سمت انتهای دیگر میله منتشر می‌شود [۱۷]. تحلیل کمانش دینامیکی میله‌ها در اثر برخورد به سطح صلب، از موضوعاتی است که کمتر روی آن کار

با استفاده از رابطه (۱)، عمق نفوذ هیدرودینامیکی پرتابه بشکل زیر بدست

می‌آید [۹]:

$$P = L \sqrt{\rho_p / \rho_t} \quad (2)$$

آلکسیوسکی (۱۹۶۶) و تیت (۱۹۶۹ و ۱۹۶۷) با در نظر گرفتن مقاومت پرتابه  $Y_p$  و مقاومت هدف  $R_t$  در رابطه (۱)، تئوری هیدرودینامیکی را برای تحلیل نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند در محدوده سرعت‌های بالا بهبود دادند

[۱۶ و ۱۷]:

$$\frac{1}{2} \rho_p (V-U)^2 + Y_p = \frac{1}{2} \rho_t U^2 + R_t \quad (3)$$

از رابطه اخیر سرعت نفوذ بر حسب سرعت پرتابه به شکل زیر بدست می‌آید:

$$U = \frac{1}{1-\mu^2} [V - \mu \sqrt{V^2 + B}] \quad (4)$$

$$\mu = \sqrt{\rho_t / \rho_p}, B = 2 \frac{(R_t - Y_p)(1 - \mu^2)}{\rho_t}$$

همچنین به کمک معادله حرکت و نرخ فرسایش میله می‌توان نوشت:

$$\rho_p L \frac{dV}{dt} = -Y_p \quad (5)$$

$$\frac{dL}{dt} = -(V - U) \quad (6)$$

با ادغام روابط (۵) و (۶):

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\rho_p (V - U)}{Y_p} dV \quad (7)$$

با جاگذاری  $U$  از رابطه (۴) در (۷) و انتگرال‌گیری، رابطه  $L$  بر حسب

بدست می‌آید:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{\left[ V + \left( V^2 + B \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\left( \frac{R-Y}{\mu Y} \right)}}{\left[ V_0 + \left( V_0^2 + B \right)^{\frac{1}{2}} \right]} \times \exp \left\{ \frac{\mu \rho_p}{2(1-\mu^2)Y} \left[ \begin{array}{l} \left[ V \left( V^2 + B \right)^{\frac{1}{2}} - \mu V^2 \right] \\ - \left[ V_0 \left( V_0^2 + B \right)^{\frac{1}{2}} - \mu V_0^2 \right] \end{array} \right] \right\} \quad (8)$$



شکل ۱- نفوذ هیدرودینامیکی در برخورددهای بسیار پسرعت.

که  $L_0$  و  $V_0$  به ترتیب طول و سرعت اولیه پرتابه‌اند.

همچنین عمق نفوذ پرتابه برابر است با:

$$P = \int_0^L U dt \quad (9)$$

که به کمک رابطه (۵) می‌توان نوشت:

قابل توجه است که رابطه (۲۱) تقریباً مقدار متوسطی از مقادیر بدست آمده از رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) برای تکیه‌گاه‌های ساده و گیردار را می‌دهد. جانسون نیز طول موج ناپایداری را برای یک میله استوانه‌ای توپر به قطر  $D$  را که تحت اثر موج تنفس  $\sigma$  قرار گرفته بصورت زیر داده است [۱۷]، که رابطه (۲۱) را تأیید می‌کند:

$$L_{cr} = \pi D \sqrt{\frac{E}{2\sigma}} \quad (22)$$

جهت مقایسه، نسبت طول به قطر بحرانی در تحلیل کمانش استاتیکی به کمک فرمول‌های اویلر و جانسون [۲۲] رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{L_{cr}}{D} < \pi \sqrt{\frac{E}{8Y}} = 1.11 \sqrt{\frac{E}{Y}} \quad (23)$$

که نشان می‌دهد نسبت بحرانی کمانش دینامیکی تقریباً دو برابر مقدار استاتیکی است.

با معلوم بودن مقادیر مدول الاستیسیته و مقاومت تسليیم پرتابه، از روابط فوق نسبت  $L/D$  بحرانی کمانش بدست می‌آید. در این مقاله نسبت  $L/D$  برای تأمین شرط عدم کمانش بعنوان یک رابطه کمکی مورد استفاده قرار گرفته است.

#### ۴- الگوریتم طراحی پرتابه‌های میله‌ای بلند

طراحی پرتابه در مرحله بالستیک نهایی، با هدف ایجاد عمق نفوذ معین  $P$  در هدف معلوم صورت می‌گیرد و پارامترهای اصلی پرتابه از قبیل طول  $L$ ، قطر  $D$ ، جرم  $M$  و سرعت برخورد  $V_0$  بدست می‌آید.

با استفاده از مدل تحلیلی AT، عمق نفوذ  $P$  به کمک رابطه (۱۰) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P = \frac{\rho_P}{Y_P} \int_{V_C}^{V_0} U \left( \frac{L}{L_o} \right) L_o dV \quad (24)$$

و با معلوم بودن مقدار عمق نفوذ  $P$ ، از رابطه اخیر طول اولیه  $L_0$  خواهد شد:

$$L_o = P / \left[ \frac{\rho_P}{Y_P} \int_{V_C}^{V_0} U \left( \frac{L}{L_o} \right) dV \right] \quad (25)$$

که با داشتن  $U$  از رابطه (۴) و  $L/L_o$  از رابطه (۸) و انتگرال‌گیری از رابطه اخیر طول اولیه  $L_0$  بر حسب سرعت برخورد مجھول  $V_0$  برای عمق نفوذ معین  $P$  به شکل تابع زیر بدست می‌آید:

$$L_o = f(V_0) \quad (26)$$

شده است. اخیراً ونگ و همکارانش مکانیزم کمانش دینامیکی میله‌ها در اثر انتشار موج تنفس را مورد مطالعه قرار داده‌اند [۲۰-۱۸]. در این مدل، کوچکترین زمان کمانش بحرانی  $t_{cr}$ ، متناظر است با اولین مود کمانش دینامیکی. در این لحظه، طولی از میله که تنفس محوری را حس کرده برابر است با  $L_{cr} = Ct_{cr}$  که بعنوان طول کمانش دینامیکی بحرانی تعریف می‌شود و  $C$  سرعت انتشار صوت در میله است. رابطه بین تنفس فشاری محوری  $\sigma_{cr}$  با  $t_{cr}$  برای اولین مود کمانش دینامیکی بصورت زیر است:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}^{(1)}}{A} = \frac{\beta_1^{(1)} EI}{AC^2 t_{cr}^2} \quad (16)$$

که  $N_{cr}^{(1)}$  نیروی فشاری بحرانی در میله مربوط به اولین مود کمانش،  $\beta_1^{(1)}$  پارامتر تنفس بحرانی و  $E$ ،  $I$  و  $A$  به ترتیب مدول یانگ، ممان اینرسی مقطع و سطح مقطع میله است. از رابطه اخیر، طول بحرانی کمانش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$L_{cr} = \sqrt{\frac{\beta_1^{(1)} EI}{\sigma_{cr} A}} \quad (17)$$

که پارامتر  $\beta_1^{(1)}$  برای وضعیت تکیه‌گاه‌های ساده برابر  $5\pi^2$  و برای تکیه‌گاه‌های گیردار  $10\pi^2$  است [۱۹].

با توجه به اینکه شدت موج تنفس الاستیک منتشر شده در میله در سرعت برخورد مورد نظر برابر تنفس تسليیم  $Y$  است [۱۷]، و با جائیزداری  $I$  و  $A$  بر حسب قطر، از رابطه (۱۷) می‌توان نوشت:

$$\frac{L_{cr}}{D} = \sqrt{\frac{\beta_1^{(1)} E}{16 Y}} \quad (18)$$

نسبت طول به قطر بحرانی برای شرایط تکیه‌گاهی ساده و گیردار خواهد شد: تکیه‌گاه ساده:

$$\frac{L_{cr}}{D} = \pi \sqrt{\frac{5}{16} \frac{E}{Y}} = 1.76 \sqrt{\frac{E}{Y}} \quad (19)$$

تکیه‌گاه گیردار:

$$\frac{L_{cr}}{D} = \pi \sqrt{\frac{10}{16} \frac{E}{Y}} = 2.48 \sqrt{\frac{E}{Y}} \quad (20)$$

همچنین رویین و یارین به روش دیگری یک مقدار حدی برای کمانش دینامیکی میله‌ها پیشنهاد داده‌اند [۲۱]. بر مبنای این تئوری با شرط زیر کمانش در میله اتفاق نمی‌افتد:

$$\frac{L_{cr}}{D} < \pi \sqrt{\frac{E}{2Y}} \approx 2.22 \sqrt{\frac{E}{Y}} \quad (21)$$

$$L_o = \left[ \frac{8C_E C_B^2}{\rho \pi V_o^2} \right]^{1/3} \quad (32)$$

بنابراین، ترکیب شرط عدم کمانش و محدودیت انرژی جنبشی منجر به رابطه‌ای برای  $L_o$  بر حسب  $V_o$  خواهد شد که به شکل تابع زیر می‌تواند نوشته شود:

$$L_o = g(V_o) \quad (33)$$

از حل هم‌zman روابط (۲۵) و (۳۲) پارامترهای  $L_o$ ،  $V_o$  بدست می‌آید. سپس از معیار کمانش (رابطه ۲۷) قطر پرتابه  $D$  و از محدودیت انرژی (رابطه ۲۸) مقدار جرم پرتابه  $M$  بدست می‌آید. از حل معادلات فوق ممکن است یک سری جواب و یا جواب‌های متمازی حاصل شود و با اینکه هیچ جوابی بدست نیاید. جواب نداشتن معادلات به این معنی است که سطح انرژی و نسبت طول به قطر داده شده نمی‌تواند منجر به عمق نفوذ مورد نظر شود. مسیر طراحی پرتابه در شکل ۲ خلاصه شده است.

در مسائل طراحی پرتابه‌ها، به کمک این روش می‌توان مشخصات اصلی پرتابه و سرعت برخورد را در مرحله بالستیک نهایی بدست آورد و سایر مشخصات از قبیل سرعت دهانه، هندسه دماغه و فین، توزیع جرم، نوع و میزان خرج پرتاب را از مراحل بالستیک خارجی و داخلی تعیین نمود.

با توجه به شرط عدم کمانش پرتابه پس از برخورد به سطح هدف، از رابطه (۲۱) و با در نظر گرفتن یک ضریب اطمینان مناسب می‌توان نوشت:

$$\frac{L_o}{D} = \frac{2.22}{S.F.} \sqrt{\frac{E}{Y}} = C_B \quad (27)$$

بنابراین، شرط عدم کمانش به یک حد معین و ثابت  $C_B$  برای نسبت  $\frac{L_o}{D}$  منجر می‌گردد.

از سوی دیگر با توجه به اینکه میزان انرژی جنبشی که پرتابگر می‌تواند به پرتابه منتقل نماید محدود است، می‌توان مقدار ثابت  $C_E$  را برای حداکثر انرژی در نظر گرفت:

$$\frac{1}{2} M V_o^2 = C_E \quad (28)$$

که جرم پرتابه  $M$  برابر است با:

$$M = \rho L_o \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) \quad (29)$$

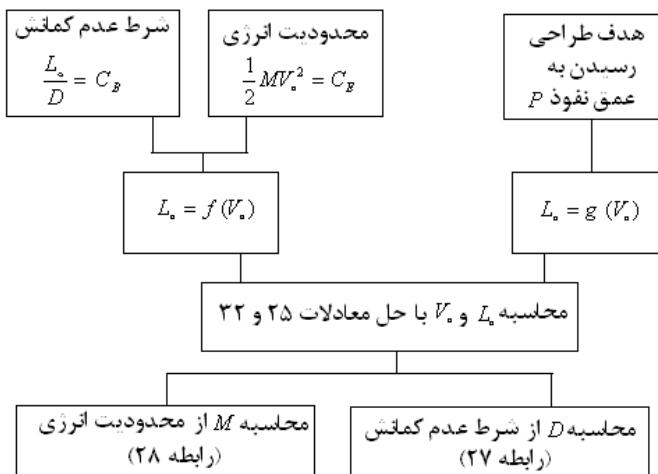
با حذف  $M$  از روابط (۲۸) و (۲۹)،  $L_o$  خواهد شد:

$$L_o = \frac{8C_E}{\rho \pi} \frac{1}{D^2 V_o^2} \quad (30)$$

و با جاگذاری  $D$  از رابطه (۲۷) در (۳۰) می‌توان نوشت:

$$L_o = \frac{8C_E}{\rho \pi} \frac{1}{\left( \frac{L_o}{D} \right)^2 V_o^2} \frac{1}{C_B} \quad (31)$$

و یا :



شکل ۲ - نمودار مسیر طراحی پرتابه.

## ۵- نتایج و بحث

### ۱- مقایسه با مقادیر تجربی

در این قسمت برای ارزیابی فرمولاسیون تحلیلی ارائه شده، با توجه به اینکه نفوذ پرتابه تنگستنی در هدف فولادی از نظر کاربردی جالبتر و مورد توجه بیشتری می‌باشد، از نتایج آزمایش‌های تجربی انجام شده توسط چارتز و همکارانش کمک گرفته شده، که در آن از یک سری آزمایش‌های بالستیکی با پرتابه‌های تنگستنی و اهداف فولادی، عمق نفوذ بدست آمده است [۲۳].

در فرمولاسیون تحلیلی، عمق نفوذ بدست آمده از آزمایش‌ها و همچنین میزان انرژی جنبشی و نسبت  $L/D$  را معلوم فرض کرده و مقادیر مشخصات پرتابه شامل طول، سرعت، قطر و جرم بدست آمده از فرمولاسیون با مقادیر مشخصات پرتابه در تست‌های تجربی مقایسه شده است.

با تخمین مقاومت تسليم پرتابه و هدف از پارامتر  $A$  از ضرائب مدل جانسون-کوک تنگستن و فولاد [۲۴]، مقادیر مقاومت‌های  $Y_p$  پرتابه و  $R_t$  هدف از روابط (۱۳) و (۱۵) در جدول (۱) تعیین شده‌اند.

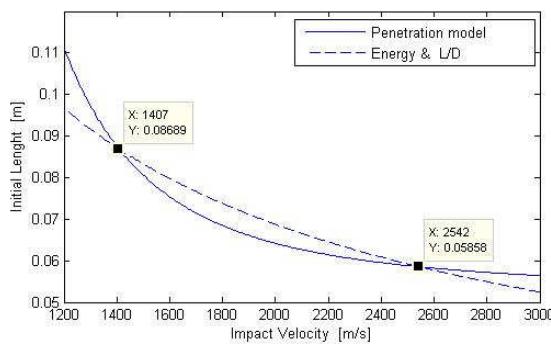
جدول (۲) مشخصات پرتابه از تست‌های تجربی [۲۲] و مقادیر تحلیلی بدست آمده در این تحقیق (A.E.) و٪ به ترتیب به معنی مقادیر تجربی، تحلیلی و درصد اختلاف آنها است).

جدول ۱- مقاومت‌های  $Y_p$  پرتابه و  $R_t$  هدف.

| $\sigma_{yp}$ (MPa) | $Y_p$ (MPa) | $\sigma_{yt}$ (MPa) | $E_t$ (MPa) | $R_t$ (MPa) |
|---------------------|-------------|---------------------|-------------|-------------|
| ۱۵۰۶                | ۲۵۶۰        | ۷۹۲                 | ۲۱۱۰۴۴      | ۴۵۰۶۳۳      |

جدول ۲- مشخصات پرتابه از تست‌های تجربی [۲۲] و مقادیر تحلیلی بدست آمده در این تحقیق (A.E.) و٪ به ترتیب به معنی مقادیر تجربی، تحلیلی و درصد اختلاف آنها است).

| $L_0$ (mm) |       |     | $V_0$ (m/s) |      |     | D (mm) |      |     | M (gr) |       |      | عمق نفوذ (mm) | $\frac{1}{2}MV_0^2$ (J) | $\frac{L}{D}$ | شماره آزمایش |
|------------|-------|-----|-------------|------|-----|--------|------|-----|--------|-------|------|---------------|-------------------------|---------------|--------------|
| E.         | A.    | %   | E.          | A.   | %   | E.     | A.   | %   | E.     | A.    | %    |               |                         |               |              |
| ۵۸,۵۰      | ۵۵/۶۶ | ۴/۸ | ۲۵۱۰        | ۲۷۱۲ | ۸/۰ | ۴,۵۰   | ۴,۸۸ | ۸/۴ | ۱۶,۰۰  | ۱۳,۷۰ | ۱۴/۳ | ۷۴,۱          | ۵۰۴۰۰,۸                 | ۱۳            | ۰۶۸۷         |
| ۵۸,۵۰      | ۵۸/۶۰ | ۰/۲ | ۲۵۴۰        | ۲۵۴۲ | ۰/۱ | ۴,۵۰   | ۴,۵۱ | ۰/۲ | ۱۶,۰۰  | ۱۵,۹۷ | ۰/۲  | ۷۶,۶          | ۵۱۶۱۲,۸                 | ۱۳            | ۰۶۸۸         |
| ۲۷,۷۰      | ۲۸/۵۴ | ۳/۰ | ۱۸۳۰        | ۱۸۱۲ | ۱/۰ | ۵,۵۴   | ۵,۷۱ | ۳/۰ | ۱۲,۲۴  | ۱۲,۴۸ | ۲/۰  | ۳۲,۸          | ۲۰۴۹۵,۳                 | ۵             | ۰۷۶۲         |



شکل ۳- طول اولیه بر حسب سرعت برخورد از مدل نفوذ و قید کمانش- انرژی.

برای مشبندی پرتابه از المان‌های یکسان و برای هدف، در اطراف محل برخورد، از المان‌های هم اندازه با المان‌های پرتابه و در نقاط دورتر، از المان‌های درشت‌تر استفاده شده است. برای بررسی اندازه مناسب المان‌ها، پرتابه و هدف در پنج حالت مشبندی شده است. در جدول (۶) تعداد المان‌های بکار رفته در هر حالت ارائه شده است. عمق نفوذ بدست آمده از حالت‌های سوم تا پنجم تقریباً برابر بوده و همگرایی حل را نشان می‌دهد. در شکل (۴)، مراحل نفوذ پرتابه در لحظات مختلف از لحظه برخورد تا انتهای نفوذ در زمان ۶۶ میکروثانیه، برای حالت چهارم از جدول (۶) نشان داده شده، که عمق نفوذ ۸۳ میلیمتر از حل عددی بدست آمده است.

در جدول (۷) مقادیر عمق نفوذ بدست آمده از حل عددی و حل تحلیلی (رابطه ۱۰) با مقدار تجربی [۲۳] مقایسه شده که تطابق نسبتاً خوبی را نشان می‌دهد.

به عبارت دیگر بر اساس شرایط مسئله از نظر میزان عمق نفوذ مطلوب با محدودیت‌های انرژی و  $L/D$  دو جواب کاملاً متمایز بدست آمده است، که با توجه به شرایط و ملاحظات دیگر یکی از آنها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در جدول (۲) جوابهای نقطه برخورد دوم لحاظ شده است. چنانچه از حل معادلات فوق هیچ جوابی حاصل نشود، بیانگر این است که پرتابه‌ای با سطح انرژی و نسبت طول به قطر داده شده نمی‌تواند عمق نفوذ مورد نظر را تأمین نماید.

### ۵- شبیه سازی عددی نفوذ پرتابه

برای مقایسه نتایج، مشخصات آزمایش نفوذ [۰۶۸۸-۲۳]، به کمک نرم افزار AUTODYN بصورت متقارن محوری شبیه‌سازی شده است. بدین منظور برای پرتابه تنگستنی و هدف فولادی ۴۳۴۰ از مدل مادی جانسون-کوک با ضرایب مطابق جدول (۴) و معادله حالت گرونینزن<sup>۱</sup> مطابق جدول (۵) استفاده شده است.

جدول ۳- دو سری جواب تحلیلی بدست آمده برای مشخصات پرتابه.

| مشخصات پرتابه | جواب اول | جواب دوم |
|---------------|----------|----------|
| $L_0$ (mm)    | ۸۶,۷     | ۵۸,۶     |
| $V_0$ (m/s)   | ۱۴۰,۷    | ۲۵۴,۲    |
| $D_0$ (mm)    | ۶,۶۷     | ۴,۵      |
| $M_0$ (gr)    | ۵۱,۸۰    | ۱۵,۹۱    |

جدول ۴- ضرایب مدل مادی جانسون-کوک برای پرتابه و هدف [۲۴].

|            | $\rho$<br>(kg/m³) | $G$<br>(GPa) | $A$<br>(MPa) | $B$<br>(MPa) | $n$  | $c$   | $m$  | $T_m$<br>(°K) |
|------------|-------------------|--------------|--------------|--------------|------|-------|------|---------------|
| Tungsten   | ۱۷۰۰۰             | ۱۶۰          | ۱۵۰۶         | ۱۷۷          | ۰,۱۲ | ۰,۰۱۶ | ۱    | ۱۷۲۳          |
| Steel 4340 | ۷۸۳۰              | ۸۱,۸         | ۷۹۲          | ۵۱۰          | ۰,۲۶ | ۰,۰۱۴ | ۱,۰۳ | ۱۷۹۳          |

جدول ۵- ضرایب معادله حالت گرونینزن برای پرتابه و هدف [۲۵].

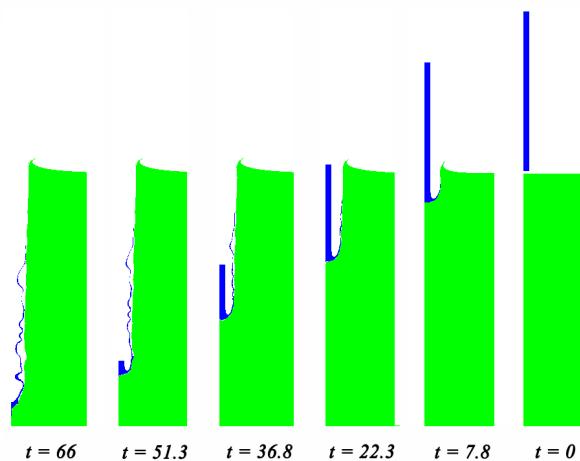
|            | $C_1$ (m/ms) | $S_1$ | $\gamma$ | $C_p$ (kJ/kg) | $T_r$ (°K) |
|------------|--------------|-------|----------|---------------|------------|
| Tungsten   | ۳/۸۵         | ۱/۴۴  | ۱/۵۸     | ۰/۰۰۱۳۴       | ۲۹۳        |
| Steel 4340 | ۴/۵          | ۱/۴۹  | ۲/۱۷     | ۰/۰۰۴۷۷       | ۲۹۳        |

جدول ۶ - تعداد المان های پرتابه و هدف در مسیر همگرایی حل.

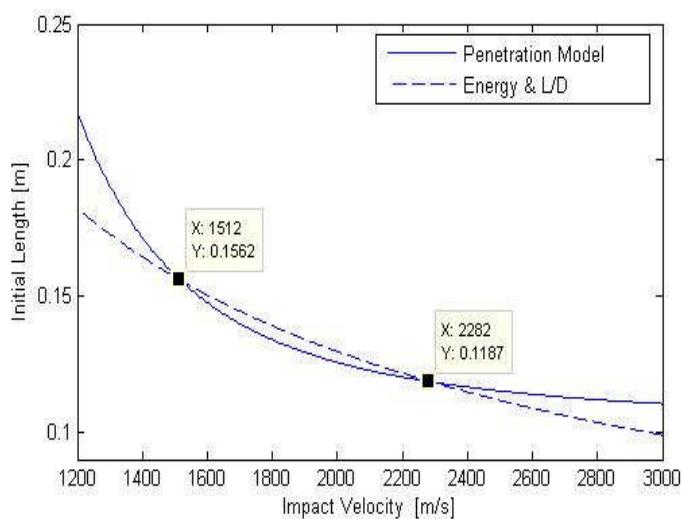
| حالت پنجم | حالت چهارم | حالت سوم | حالت دوم | حالت اول |        |
|-----------|------------|----------|----------|----------|--------|
| ۸۱۲۵      | ۵۲۰۰       | ۲۹۲۵     | ۱۳۰۰     | ۳۲۵      | پرتابه |
| ۱۰۴۲۵۰۰   | ۶۶۸۰۰۰     | ۳۷۵۷۵۰   | ۱۶۷۰۰۰   | ۴۱۷۵۰    | هدف    |

جدول ۷ - عمق نفوذ بدست آمده از سه روش برای مشخصات آزمایش شماره ۰۶۸۸.

| روش          | حل تحلیلی<br>(رابطه ۱۰) | حل عددی<br>(AUTODYN) | مقدار تجربی<br>[۲۳] |
|--------------|-------------------------|----------------------|---------------------|
| عمق نفوذ(mm) | ۷۶/۵                    | ۸۳/۰                 | ۷۶/۶                |



شکل ۴ - مراحل نفوذ پرتابه تنگستنی در هدف فولادی (زمان بر حسب میکروثانیه)



شکل ۵- طول اولیه بر حسب سرعت برخورد از مدل نفوذ AT و قید کمانش - انرژی برای نمونه واقعی.

جدول ۸- دو سری جواب تحلیلی بدست آمده برای مشخصات پرتابه واقعی.

| مشخصات پرتابه | جواب اول | جواب دوم |
|---------------|----------|----------|
| $L_0$ (mm)    | ۱۵۶/۲    | ۱۱۸/۷    |
| $V_0$ (m/s)   | ۱۵۱۲     | ۲۲۸۲     |
| $D_0$ (mm)    | ۹/۲      | ۷/۰      |
| $M_0$ (gr)    | ۱۳۷/۱    | ۷۶/۸     |

مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی نفوذ یکی از نمونه‌ها، توسط نرم افزار AUTODYN نشان می‌دهد که نتایج تحلیلی و تجربی خیلی نزدیک به یکدیگر بوده و حل عددی کمی بالاتر از آنها قرار دارد. یک نکته جالب در حل معادلات بدست آمده به منظور طراحی پرتابه، این است که این معادلات می‌تواند منجر به جواب‌های کاملاً متمایز شود و یا هیچ جوابی حاصل نگردد. جواب‌های متمایز نشان‌گر نقاط طراحی متفاوت است و عدم حصول جواب به معنی این است که سطح انرژی و  $L/D$  تعريف شده، عمق نفوذ مورد نظر را تأمین نمی‌کند.

بعنوان یک مثال عملی، طراحی یک پرتابه میله‌ای تنگستنی به منظور نفوذ در هدف فولادی ۴۳۴۰ به میزان ۱۵۰ میلیمتر، انجام گرفته است. با در نظر گرفتن سطح انرژی حدود ۲۰۰ کیلو ژول و نسبت طول به قطر ۱۷، به کمک الگوریتم ارائه شده دو سری جواب متمایز (مطابق جدول ۸) بدست آمده است.

## مراجع

- [1]. Tate, A. "A Theory for the Deceleration of Long Rods after Impact."; J. Mech. Phys. Solids. 1967, 15, 387-399.
- [2]. Herrmann, W.; Wilbeck, J. S. "Review of Hypervelocity Penetration Theories."; Int. J. Impact Eng. 1987, 5, 307-322.
- [3]. Zukas, A. "High Velocity Impact Dynamics."; Wiley, New York, 1990.
- [4]. Rosenberg, Z.; Dekel, E. "A Critical Examination of the Modified Bernoulli Equation Using Two-Dimensional Simulation of Long Rod Penetrators."; Int. J. Impact Eng. 1994, 15, 711-720.
- [5]. Anderson, C. E.; Walker, J. D. "An Examination Long-Rod Penetration."; Int. J. Impact Eng. 1991, 11, 481-492.
- [6]. Orphal, D. L.; Franzen, R. R. "Penetration of Confined Silicon Carbide Targets by Tungsten Long Rods at Impact Velocities from 1.5 to 4.6 km/s."; Int. J. Impact Eng. 1997, 19, 1-13.

## ۶- طراحی پرتابه میله‌ای نمونه با شرایط واقعی

با توجه به اینکه هدف از طراحی پرتابه در مرحله بالستیک نهایی، رسیدن به عمق نفوذ معینی در یک هدف معلوم می‌باشد، به عنوان یک مسئله نمونه عملی، طراحی پرتابه‌ای تنگستنی با عمق نفوذ معلوم ۱۵۰ mm در هدف فولادی ۴۳۴۰ را می‌توان مدنظر قرار داد. با در نظر گرفتن انرژی جنبشی اولیه پرتابه‌ای مشابه از نوع APFSDS-T MK 268 به میزان ۲۲۵۰۰۰ ژول [۲۶] و با فرض ۱۰ درصد افت انرژی در طی مسیر پرواز [۲۷]، انرژی جنبشی پرتابه در لحظه برخورد معادل ۲۰۵۰۰ ژول لحاظ می‌گردد. بعلاوه با توجه به شرط عدم کمانش (رابطه ۲۷ نسبت  $L/D$  به ۱۷ محدود می‌شود. با رسم نمودارهای  $L$  بر حسب  $V_0$  از روابط ۲۵ و ۳۲ (شکل ۵)، از محل برخورد منحنی‌ها، دو سری جواب مطابق جدول (۸) بدست می‌آید، که هر دو سری جواب در شرایط یکسان انرژی و نسبت طول به قطر، عمق نفوذ مورد نظر را تأمین می‌کنند. بر اساس ملاحظات دیگر، یکی از این دو سری جواب انتخاب شده و بعنوان طراحی اولیه پرتابه مد نظر قرار می‌گیرد و بدنبال آن سایر مشخصات نیز بدست می‌آید.

## ۷- نتیجه گیری

در این مقاله فرمولاسیون مدل تحلیلی آلکسیوسکی و تیت با هدف طراحی پرتابه و تعیین مشخصات آن تغییر داده شده و به کمک روابط اضافی بدست آمده از محدودیت‌های انرژی جنبشی و شرط عدم کمانش، الگوریتمی ارائه شده که به کمک آن می‌توان از مقدار معلوم عمق نفوذ به مشخصات پرتابه شامل سرعت برخورد، طول، قطر و جرم آن رسید. برای ارزیابی روش ارائه شده، نتایج عمق نفوذ تجربی بدست آمده توسط چارتز و همکارانش، بعنوان ورودی الگوریتم داده شد و مشخصات پرتابه بدست آمده از روش تحلیلی با پرتابه آزمایش شده مقایسه گردید که تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

- [17]. Johnson, W. "Impact Strength of Materials", 1970.
- [18]. Wang, A.; Tian, W. " Mechanism of Buckling Development in Elastic Bars Subjected to Axial Impact.",; Int. J. Impact Eng. 2007, 34, 232-252.
- [19]. Wang, A.; Tian, W. " Twin-Characteristic-Parameter Solution for Dynamic Buckling of Columns under Elastic Compression Wave.",; Int. J. Solids & Structures. 2002, 39, 861-877.
- [20]. Wang, A.; Tian, W. "Characteristic-Value Analysis for Plastic Dynamic Buckling of Columns under Elastoplastic Compression Waves.",; Int. J. Non-Linear Mechanics. 2003, 38, 615-628.
- [21]. Rubin, M. b.; Yarin, A. L. "A Generalized Formula for the Penetration Depth of Deformable Projectile",; Int. J. Impact Eng. 2002, 27, 387-398.
- [22]. Hamrock, B. J.; Jacobson, B.; Schmid, S. R. "Fundamentals of Machine Elements.",; Mc Graw-Hill, 1999.
- [23]. Anderson, C. E. "Penetration Mechanics Database.",; 1992, A31.
- [24]. Carleone, J. "Tactical Missile Warheads.",; Progress in Astronautics and Aeronautics. 1993, 155.
- [25]. Anderson, C. E. "on the Hydrodynamics Approximation Long Rod Penetration.",; Int. J. impact Eng. 1999, 22, 23-43.
- [26]. "Jane's Ammunition Handbook.",; 2004-2005.
- [۲۷]. گزارش بروزه طراحی اولیه پرتابه APFSDS، مرکز تحقیقات بالستیک، ضربه و انفجار دانشگاه امام حسین(ع). ۱۳۸۸.
- [7]. Rozenberg, Z.; Tsaligh, J. "Applying Tates Models for Long Rods Projectiles with Ceramic Targets.",; Int. J. Impact Eng. 1990, 9, 2431-2439.
- [8]. Walters, W.; Williams, C.; Normandia, M. "An Explicit Solution of the Alekseevskii -Tate Penetration Equations.",; Int. J. Impact Eng. 2006, 33, 837-846.
- [۹]. خدارحمی, ح., لیاقت, غ., فلاحی آرزو دار, ع. "بررسی تئوری هیدرودینامیکی نفوذ پرتابه‌های انرژی جنبشی بلند", هفتمین کنفرانس مهندسی مکانیک, جلد ۱, ۱۳۷۸.
- [۱۰]. خدارحمی, ح., فلاحی آرزو دار, ع., لیاقت, غ., "بررسی نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند در هدف‌های سرامیکی و سرامیک - فلزی", هفتمین کنفرانس مهندسی مکانیک, ۱۳۷۸.
- [۱۱]. خدارحمی, ح., لیاقت, غ., فلاحی آرزو دار, ع., "کاربرد تئوری هیدرودینامیکی در طراحی موشک‌های K.E وزره‌های مقاوم در برابر آن", اولين همایش سراسری موشک‌های هدایت شونده ضد زره در رزم زمینی, ۱۳۷۹.
- [۱۲]. خدارحمی, ح., فلاحی آرزو دار, ع., لیاقت, غ., "تحلیل نفوذ در هدف‌های با ضخامت محدود", نهمین کنفرانس مهندسی مکانیک, دانشگاه گیلان, ۱۳۷۹.
- [۱۳]. لیاقت, غ., خدارحمی, ح., فلاحی آرزو دار, ع., "تحلیل نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند در هدف‌های نیمه بی‌نهایت و تعیین آن در هدف‌های چند لایه", مجleh فنی و مهندسی مدرس, شماره ششم, ۱۳۸۰.
- [۱۴]. خدارحمی, ح., خلجمی, ر., "تحلیل نفوذ پرتابه‌های میله‌ای بلند به کمک کد LS-DYNA و بررسی اثر نوع مدل ماده و پارامتر کرنش شکست", دومین کنفرانس سازمان هوا و فضا, ۱۳۸۱.
- [۱۵]. قاسی نیا, ع., "بررسی، تحلیل و مقایسه مدل‌های نفوذ میله‌های بلند در اهداف نیمه بی‌نهایت", پایان‌نامه کارشناسی ارشد, دانشگاه امام حسین (ع), ۱۳۷۹.
- [16]. Tate, A.; Billington, E. W. "The Physics of Deformation and Flow.",; McGraw-Hill, 1981.